República de Colombia
Departamento Nacional de Planeación
Dirección de Estudios Económicos

ARCHIVOS DE ECONOMÍA

Desigualdad, altruismo y crecimiento económico

Oscar Iván AVILA MONTEALEGRE

Documento 370
5 de noviembre de 2010

Desigualdad, altruísmo y crecimiento económico[1]

Oscar Iván ÁVILA MONTEALEGRE[2]

oavila@dnp.gov.co;
oscar.avila03@gmail.com

Resumen

Este documento plantea un modelo de crecimiento económico con agentes heterogéneos, en el que se incorpora el hecho de que la preferencia por la educación aumenta con el nivel de ingreso. Los resultados del modelo establecen que economías con altos niveles de heterogeneidad en las dotaciones de capital humano de su población alcanzan niveles de producto de largo plazo menores, por lo que políticas consistentes con la disminución en la heterogeneidad son necesarias para favorecer el desarrollo económico. Asimismo, se encuentra que proveer educación pública de calidad permite una estabilización de la brecha salarial en el largo plazo.

Palabras clave: *Crecimiento económico, generaciones traslapadas, agentes heterogéneos, altruismo, educación.*

---

[1] Agradezco a los comentarios y el apoyo del doctor Hernando Zuleta para el desarrollo de este trabajo.

♣[2] Consultor de la Dirección de Estudios Económicos del Departamento Nacional de Planeación-Colombia

I. Introducción

Los datos sobre educación básica y secundaria para distintos países evidencian una relación directa entre gastos por estudiante y PIB per cápita, asimismo, es posible afirmar que está relación se mantiene en términos relativos, pues el gasto en educación por estudiante como porcentaje del PIB per cápita es mayor en los países de altos ingresos (Ver Gráficas 1, 2, 3 y 4)[3].

Dadas estas dos observaciones es posible inferir que los países más ricos no sólo invierten más dinero en la educación de su población, sino que destinan una mayor proporción de su ingreso per cápita a este rubro; en otras palabras, se puede afirmar que a nivel macro, en la medida que aumenta el ingreso la preferencia por educación es mayor.

Por otra parte, diversos estudios teóricos y empíricos han mostrado que la inversión en educación, y en especial en capital humano, afecta positivamente el crecimiento económico de un país, y en últimas su nivel de ingreso[4]. Cuando se observa esta relación a nivel micro, se encuentra que los individuos con mayores niveles de educación generalmente tienen un salario más alto, por lo que es posible inferir que parte de la brecha salarial es explicada por los diferenciales en educación[5].

Asimismo, algunos autores han encontrado que los distintos niveles de educación (primaria, secundaria y terciaria) afectan de manera diversa a las economías dependiendo de su grado de desarrollo económico. En general se ha observado que la educación primaria afecta positiva y significativamente el crecimiento de países en vía de desarrollo, y la educación terciaria es más importante para el crecimiento en las economías desarrolladas[6].

Dadas las anteriores consideraciones lo que se busca en este documento es plantear un modelo teórico sencillo que permita explicar porqué los países ricos, y en general las personas con mayores niveles de ingreso, invierten más en educación y porqué la heterogeneidad entre agentes puede ser mala para el crecimiento económico de un país. A su vez, se busca hacer consideraciones sobre política económica que favorezcan el crecimiento económico de un país con características similares a las presentadas en el modelo.

---

[3] Es importante aclarar que estos datos están ajustados por Paridad de Poder Adquisitivo, es decir, las cifras de gasto en educación son comparables entre países pues se está teniendo en cuenta el costo del nivel de vida en cada una de las economías.
[4] Ver Mankiw, Romer y Weil (1992); Lucas (1988); Romer (1990); Aghion y Howitt (1998); Nelson y Phelps (1966); Benhabib y Spiegel (2005); Zeira (2008) y Burton (1966).
[5] Ver Mincer (1970, 1974).
[6] Ver Loening (2005) para el caso de Guatemala, Pereira y Auvyn (2008) para el caso de Portugal y Petrakis y Stamatakis (2002) y Vandenbussche, Aghion y Meghir (2006) para estudios generales.

En este trabajo se presenta un modelo de crecimiento económico con agentes heterogéneos y capital humano, en el que se incorpora el hecho de que la preferencia por la educación aumenta en la medida que el ingreso lo hace. La heterogeneidad de los agentes está explicada por su nivel de capital humano inicial y su preferencia por la educación de los hijos; específicamente, se considera que el capital humano de los individuos depende de tres componentes principales: el capital humano de los padres, la educación que éstos le brindan a sus hijos y la educación pública. Asimismo, se establece que la preferencia por educación de los hijos depende directamente del ingreso de los padres.

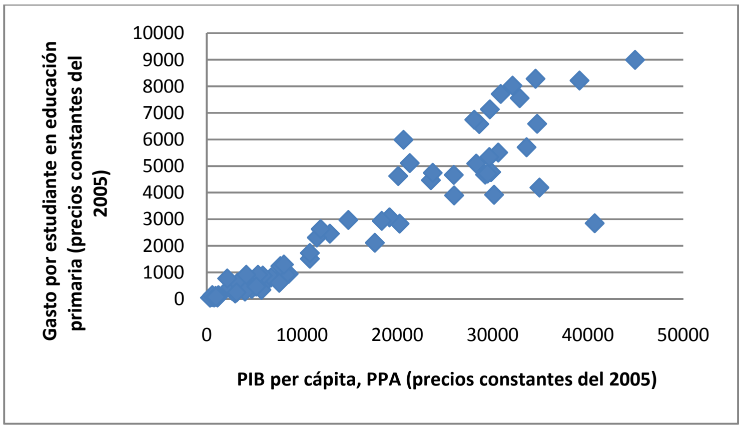
La especificación del capital humano de los hijos como función del capital humano de los padres es consistente con los trabajos de Heyneman (1984); Coleman et al. (1966); Galor y Tsiddon (1997); de la Croix (2000); Galor y Weil (2000); Fernández y Rogerson (2001) y Gloom y Ravikumar (2003); a su vez, la inclusión de la educación pública es similar a la de Gloom y Ravikumar (2003).

La dinámica del modelo está determinada por la transición del capital humano de los individuos, pues se supone que la producción de bienes finales utiliza como insumo únicamente capital humano. Los resultados del modelo muestran que en la medida que las economías son más heterogéneas en sus niveles de capital humano, alcanzarán un estado estacionario con un nivel de producto menor, de esta forma, es imperativo para una economía reducir las desigualdades en las dotaciones de capital humano, y en especial tratar de homogeneizarlo hacia un nivel alto.

Por otra parte, se encuentra que en la medida que la educación es más intensiva en el uso de recursos públicos es óptimo para el nivel de producto de largo plazo tener tasas impositivas más altas, sin embargo, estas tasas no deben exceder un umbral pues existe una relación única entre la intensidad del uso de los recursos públicos y la tasa impositiva óptima. De forma similar, se encuentra que una política consistente con una homogenización en el largo plazo, establece que la educación pública se debe otorgar más intensivamente a individuos con bajo capital humano.

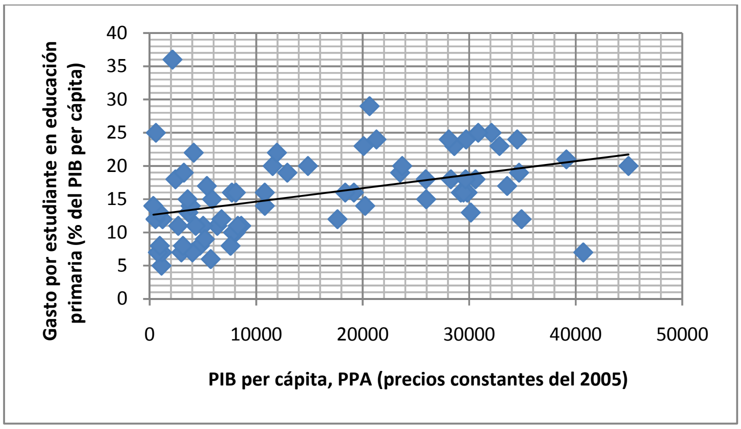
El documento está organizado en cuatro secciones incluyendo esta introducción. La segunda sección se encarga de los antecedentes, haciendo un recuento de trabajos que relacionan la educación y el crecimiento económico, al igual que la descripción de algunos trabajos sobre transferencias intergeneracionales. La tercera sección describe el modelo en su totalidad, desde el planteamiento del problema de las firmas y los hogares, hasta la caracterización del estado estacionario y los choques en el equilibrio de largo plazo. Por último, la cuarta sección concluye.

Gráfica 1. Relación entre el gasto por estudiante en educación primaria y el PIB per cápita.



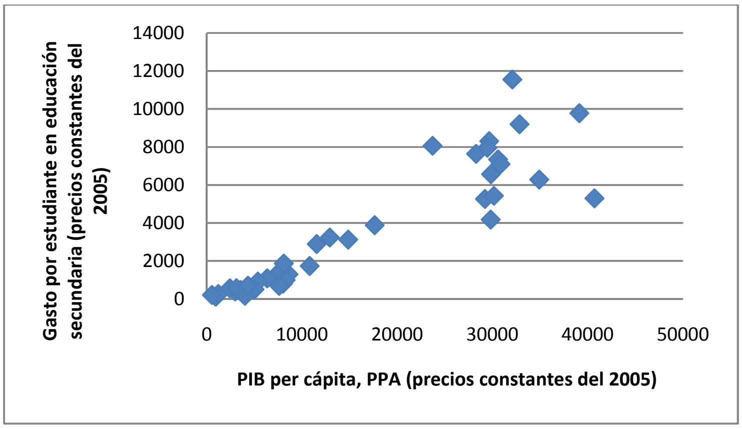
Fuente: World Development Indicators – The World Bank

Gráfica 2. Relación entre el gasto por estudiante en educación primaria como porcentaje del PIB per cápita y el PIB per cápita.



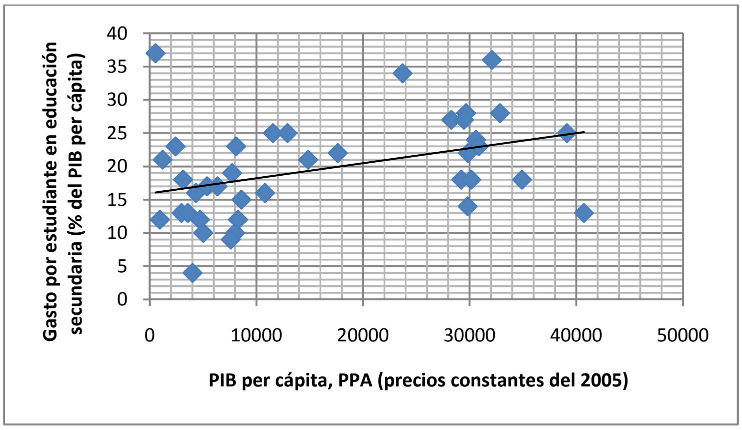
Fuente: World Development Indicators – The World Bank

Gráfica 3. Relación entre el gasto por estudiante en educación secundaria y el PIB per cápita.



Fuente: World Development Indicators – The World Bank

Gráfica 4. Relación entre el gasto por estudiante en educación secundaria como porcentaje del PIB per cápita y el PIB per cápita.



Fuente: World Development Indicators – The World Bank

II. Antecedentes

Considerando que el modelo que se plantea en este documento está inmerso teóricamente en la relación educación-crecimiento económico, es importante describir algunos de los principales resultados teóricos y empíricos que consideran esta relación. Es por esto que la primera parte de los antecedentes se encarga de mostrar cómo la educación afecta el crecimiento económico.

Por otra parte, el modelo teórico tiene una estructura de generaciones traslapadas, y como se verá más adelante los padres tienen una función primordial en la acumulación de capital humano de sus hijos, pues ellos invierten en su educación. Este tipo de relaciones entre padre e hijo, y en especial la financiación de educación, puede considerarse como una transferencia entre generaciones, tema que se desarrolla en la segunda parte de estos antecedentes.

Educación y crecimiento económico

Las teorías sobre el capital humano y su relación con el crecimiento económico comenzaron a tenerse en cuenta desde los avances presentados por Romer y Lucas en 1986 y 1988 respectivamente, quienes establecieron que el capital humano es un factor esencial para generar un crecimiento endógeno persistente en un país.

Desde el punto de vista teórico hay por lo menos tres mecanismos mediante los cuales la acumulación de capital humano a través de la educación afecta el crecimiento económico. El primero de estos se enmarca en una perspectiva microeconómica, la cual establece que la educación incrementa el capital humano inherente a la fuerza laboral, aumentando su productividad y el crecimiento económico[7].

El segundo mecanismo plantea que la educación estimula la capacidad de innovación de una economía generando nuevas tecnologías, procesos y productos, los cuales promueven el crecimiento económico[8]; Asimismo, la educación facilita la difusión y transmisión del conocimiento requerido para entender y procesar nueva información e implementar exitosamente nuevas tecnologías, incentivando el desarrollo económico[9].

El tercer mecanismo establece que la inversión en educación genera beneficios tanto privados como sociales[10]. Respecto a los primeros es posible identificar que en la medida que una persona tiene mayores niveles de educación reduce su probabilidad de estar desempleado e incrementa su nivel de salario[11]. Asimismo, la inversión en educación favorece a la economía en su conjunto, en cuanto aumenta la productividad del país, disminuye el desempleo y las brechas salariales, reduce el crimen e incrementa el nivel de salud, hechos que tienen un efecto positivo sobre el crecimiento de la economía[12].

Dadas estas relaciones es posible inferir que proveer una educación de calidad a toda la población es una estrategia de desarrollo con beneficios incalculables. No obstante, garantizar el acceso a la educación de calidad es una labor costosa, y en general no se puede brindar a todas las personas, y mucho menos en todos los niveles.

De acuerdo con esta problemática surgen los sistemas de educación pública y privada, el primero de estos busca brindar educación a aquellos que no tienen recursos para financiarla, mientras que el segundo educa a aquellos que tienen los recursos suficientes para acceder al sistema. En la medida que estos dos sistemas sean de la misma calidad y garanticen el acceso a la educación, las brechas entre individuos ricos y pobres tenderán a desaparecer y los beneficios de la educación podrán materializarse[13].

---

[7] Ver Mankiw, Romer y Weil (1992).
[8] Ver Lucas (1988); Romer (1990) y Aghion y Howitt (1998).
[9] Ver Nelson y Phelps (1966); Benhabib y Spiegel (2005) y Zeira (2008).
[10] Ver Burton (1966).
[11] Ver Mincer (1970, 1974); Psacharopoulos (1994); Harmon, Oosterbeek y Walker (2003); Psacharopoulos y Parinos (2004).
[12]Ver Currie y Moretti (2003); Dee (2004); Milligan, Moretti y Oreopoulos (2004); Hanushek y WöBmann (2007); Mulligan (1999), Murnane, Willet, Duhaldeborde y Tyler (2000); Barro (2001); Hanushek y Kimko (2000); Gloom y Ravikumar (1992), Solon (1992) y Gloom y Ravikumar (2003).
[13] Sin embargo, como lo argumenta Benaboú (1996) en presencia de estratificación (agrupación de ricos con ricos y pobres con pobres) un sistema de educación pública que se financie y se ejecute localmente puede incrementar las brechas entre individuos ricos y pobres.

Transferencias intergeneracionales

Cuando se habla de transferencias intergeneracionales en general se tienen dos puntos de vista que buscan explicar las razones por las cuales se presentan, sean éstas entre jóvenes y viejos, padres e hijos, o hijos y padres, entre otras. El primero de estos enfoques establece una visión altruista, en el que una generación deriva una utilidad positiva del bienestar de la siguiente generación, de acuerdo con esta estructura es óptimo que una generación haga transferencias de distintos tipos, sea en bienes de capital, ingreso, o inversión en capital humano.

Por otra parte, se tiene un enfoque no altruista en el que las transferencias entre generaciones son una forma de asegurar el ingreso futuro y no estar sujeto a otro tipo de riesgos característicos de los mercados de seguros, de esta forma, el padre transfiere parte de su riqueza a su hijo para que éste lo ayude en la vejez, en otras palabras, mediante la transferencia los padres compran un seguro que en caso de quedarse sin dinero en la vejez les permite tener ingresos[14].

Los modelos de altruismo intergeneracional buscan explicar las dinámicas que se generan por las transferencias entre generaciones, al igual que sus efectos sobre la economía en su conjunto. De acuerdo con los objetivos de estos modelos la metodología utilizada es la de generaciones traslapadas. Algunos de los trabajos que hacen referencia a este hecho son los de Bemheim y Ray (1987), Becker y Barro (1988), Cardia y Michel (2004) y Vidal y Rapoport (2007), documentos que encuentran una relación positiva entre altruismo y crecimiento económico, el cual es explicado principalmente por el aumento en la acumulación de capital generado por los distintos tipos de herencias.

III. Modelo

En esta sección se presenta un modelo de crecimiento económico, en el que cada agente vive por dos periodos; de esta forma, la estructura que se emplea es la de generaciones traslapadas. Asimismo, se considera que la economía está compuesta por un continuo de agentes que difieren por su nivel de capital humano inicial y en la preferencia por la educación de sus hijos, a su vez, se establece que los agentes en esta economía, estudian, trabajan, consumen y educan a sus hijos.

[14] Ver Kotlikoff y Spivak (1981).

La educación en este modelo tiene tres componentes principales: los recursos que destinan los padres a la educación de los hijos (educación privada), los recursos que destina el Estado para la educación (educación pública) y el capital humano de los padres.

Por otra parte, se considera que las firmas utilizan como único insumo capital humano, sin embargo, dado que los individuos difieren en su capital humano la economía tiene distintos niveles de este insumo, según esto, los productores escogen cuántos trabajadores emplear para cada nivel de capital humano.

A continuación se describe el modelo en su totalidad, comenzando por el comportamiento de las firmas, y siguiendo con el de los hogares, de la misma forma se analiza el estado estacionario de la economía y se observa el comportamiento de éste ante diferentes choques.

Firmas

Las firmas actúan en un mercado competitivo y producen bienes finales, como insumos utilizan trabajadores con distintos niveles de capital humano. De esta forma las firmas eligen cuántos trabajadores utilizar para cada nivel de capital humano. Considerando que las firmas tienen la misma tecnología, el problema de éstas puede plantearse y desarrollarse con una firma representativa. La tecnología de las firmas está descrita por la siguiente función de producción:

$$Y_t = F\left(l_{i,t}, h_{i,t}\right) = A\int_0^N \left(h_{i,t} l_{i,t}\right)^{1-\alpha} di \qquad (1)$$

$\alpha \in [0,1]$

Donde:

$l_{i,t}$ es la mano de obra del individuo *i*.

$h_{i,t}$ es el capital humano del trabajador *i*.

A es un parámetro tecnológico.

N: número de individuos en la economía. (Cada individuo tiene un nivel de capital humano distinto)

Está función de producción tiene las propiedades usuales de una función de producción neoclásica: productividad marginal decreciente y condiciones de Inada.

Según esto, el beneficio de las firmas es:

$$\pi_t = A\int_0^N \left(h_{i,t}l_{i,t}\right)^{1-\alpha} di - \int_0^N w_{i,t}l_{i,t}\, di \qquad (2)$$

Se supone que el bien numerario en esta economía es el bien final, por lo que su precio es igual a uno. De las condiciones de primer orden se tiene que la productividad marginal del trabajo es igual al salario real:

$$(1-\alpha)A\left(h_{i,t}\right)^{1-\alpha} l_{i,t}^{-\alpha} = w_{i,t} \qquad (3)$$

Hogares

Los individuos en esta economía viven por dos periodos: en el primer periodo de sus vidas acumulan capital humano mediante el estudio que les brindan sus padres y el Estado; en el segundo periodo, trabajan y reciben un salario por esto, ese ingreso lo destinan a pago de impuestos, consumo propio y educación de sus hijos.

Los individuos obtienen una utilidad positiva de su consumo y de la educación que les otorgan a sus descendientes. Dado lo anterior, se considera que los individuos son altruistas, pues su utilidad depende positivamente de la educación de sus hijos. Asimismo, se considera que los individuos difieren por su grado de altruismo y por el capital humano de sus padres. Por último, se supone que cada individuo tiene una unidad de trabajo, por lo que $l_{i,t} = 1$.

Las preferencias de un individuo *i* están representadas por la siguiente función de utilidad:

$$U_{i,t} = lnc_{i,t}^{y} + \gamma_{i,t} lne_{i,t} \qquad (4)$$

Donde:

$c_{i,t}^{y}$ es el consumo del individuo *i* cuando es joven en el periodo t.

$e_{i,t}$ es la educación (privada) que otorga un padre nacido a sus hijos.

$\gamma_{i,t}$ es la preferencia del individuo *i* por la educación de sus hijos.

Los ingresos de un individuo *i* están dados por la remuneración al trabajo (salario) neta del pago de impuestos. Según esto, la restricción presupuestal del individuo *i* es:

$$c_{i,t}^{y} + e_{i,t} = w_{i,t}(1-\tau) \qquad (5)$$

De las condiciones de primer orden y la restricción presupuestal se encuentra:

$$c_{i,t}^{y} = \frac{w_{i,t}(1-\tau)}{1+\gamma_{i,t}} \tag{6}$$

$$e_{i,t} = \frac{\gamma_{i,t}}{1+\gamma_{i,t}} w_{i,t}(1-\tau) = \beta_{i,t} w_{i,t}(1-\tau) \tag{7}$$

Donde $\beta_{i,t} = \frac{\gamma_{i,t}}{1+\gamma_{i,t}}$

La ecuación (7) implica que los recursos destinados a la educación dependen positivamente del ingreso y del grado de altruismo de los padres, en otras palabras, en la medida que $\gamma_{i,t}$ es más alto, mayor es la fracción del ingreso que se destina a la educación de los hijos.

De acuerdo con las gráficas 1,2,3 y 4 se tiene que los países más ricos destinan una mayor fracción de su ingreso a la educación. En el modelo presentado en esta sección es posible asociar esta fracción con el parámetro $\gamma_{i,t}$, razón por la cual se considera que $\gamma_{i,t}$ depende directamente nivel de salario de los individuos. Es decir:

$$\gamma_{i,t} = \gamma_{i,t}(w_{i,t})$$

Donde:

$$\frac{\partial \gamma_{i,t}}{\partial w_{i,t}} > 0 \text{ y } \frac{\partial^2 \gamma_{i,t}}{(\partial w_{i,t})^2} < 0$$

Acumulación de capital humano

El capital humano de un individuo *i* nacido en *t+1* dependerá del capital humano de su padre, de los recursos que éste último destine para su educación (educación privada) y de la educación pública financiada con impuestos. Matemáticamente esta función está descrita por:

$$h_{i,t+1} = \theta h_{i,t}^{\delta} e_{i,t}^{\mu} \left(\tau \int_0^N \frac{w_{i,t}}{N} di \right)^{\varphi} \tag{8}$$

$$\delta, \mu, \varphi > 0, \delta + \mu + \varphi \leq 1$$

Esta forma funcional es consistente con los trabajos de Heyneman (1984); Coleman et al. (1966); Galor y Tsiddon (1997); de la Croix (2000); Galor y Weil (2000); Fernández y Rogerson (2001) y Gloom y Ravikumar (2003), quienes establecen que el nivel de capital humano depende en cierta medida del capital humano de los padres. Por otra parte, la inclusión de educación pública se hace de la misma forma que en Gloom y Ravikumar (2003), sin embargo, en esta versión se incluye la educación privada que brindan los padres a sus hijos.

La idea de considerar dos canales mediante los cuales los padres afectan el capital humano de sus hijos es sencilla, por un lado, en la medida que los padres son más educados es posible que se presenten externalidades en la educación de los hijos, que surgen de la interacción en el hogar, por esta razón es importante incluir el capital humano de los padres como determinante del capital humano de los hijos. Sin embargo, los padres también destinan recursos (tiempo y dinero) a la educación de sus hijos, por esta razón es importante incluir el término $e_{i,t}$.

De acuerdo con la ecuación (8) existen dos fuentes de heterogeneidad en este modelo, el capital humano de los padres (condición inicial) y la cantidad de recursos que éstos destinan a la educación de sus hijos, esta heterogeneidad se ve reflejada en el capital humano de los hijos y, según la ecuación (4), en el nivel de salario de los mismos.

No obstante, la educación pública intenta reducir la brecha en el capital humano, en la medida que ésta es homogénea para todos los individuos en la economía. Asimismo, considerando que la función de capital humano tiene rendimientos a escala decrecientes es posible afirmar que en el largo plazo la brecha de capital humano se estabilizará. Matemáticamente de la ecuación (8) se tiene que el comportamiento de la brecha salarial entre dos dinastías *i,j* es:

$$\frac{h_{i,t+1}}{h_{j,t+1}} = \frac{h_{i,t}^{\delta} e_{i,t+1}^{\mu}}{h_{j,t}^{\delta} e_{j,t+1}^{\mu}} = \left(\frac{h_{i,t}}{h_{j,t}}\right)^{\delta} \left(\frac{\beta_{i,t} w_{i,t}}{\beta_{j,t} w_{j,t}}\right)^{\mu} = \left(\frac{h_{i,t}}{h_{j,t}}\right)^{\delta} \left(\frac{\beta_{i,t}}{\beta_{j,t}} \left(\frac{h_{i,t}}{h_{j,t}}\right)^{1-\alpha}\right)^{\mu} = \left(\frac{h_{i,t}}{h_{j,t}}\right)^{\delta+\mu(1-\alpha)} \left(\frac{\beta_{i,t}}{\beta_{j,t}}\right)^{\mu} \tag{10}$$

$$\frac{h_{i,t+1}/h_{i,t}}{h_{j,t+1}/h_{i,t}} = \left(\frac{h_{i,t}}{h_{j,t}}\right)^{\delta+\mu(1-\alpha)-1} \left(\frac{\beta_{i,t}}{\beta_{j,t}}\right)^{\mu} \tag{11}$$

Estado estacionario

A continuación se describe el estado estacionario del modelo, para esto es necesario recordar que en estado estacionario todas las variables crecen a una tasa constante. Dadas las consideraciones sobre la función de producción y la función de acumulación de capital humano, la tasa de crecimiento de estado estacionario en este modelo es de cero.

Suponiendo que:

$$\beta_{i,t} = \frac{h_{i,t}}{1+h_{i,t}} \tag{11.1}$$

Se encuentra que la ecuación (11) es una función decreciente de la relación $\frac{h_{i,t}}{h_{j,t}}$, lo cual implica que la brecha de capital humano entre dos familias (dinastías) no va a crecer infinitamente, es decir, en el largo plazo el capital humano del individuo *j* será una fracción del capital humano del individuo *i*. Según esto, se tiene que en el estado estacionario:

$$h_i^* = \lambda_i h_z^* \tag{12}$$

Donde h_z^* es el individuo con el capital humano más alto y λ_i es una fracción entre cero y uno.

De (12) en (11) se tiene:

$$\frac{h_i^*}{h_z^*} = \lambda_i = (\lambda_i)^{\delta+\mu(1-\alpha)}\left(\frac{\beta_i}{\beta_z^*}\right)^{\mu}$$

$$\beta_i = (\lambda_i)^{[1-\delta+\mu(1-\alpha)]/\mu}\beta_z^* \tag{13}$$

Esta última ecuación implica que la fracción del salario que el individuo *i* destina a la educación de sus hijos es proporcional a la fracción que el individuo *z* destina a la educación de los suyos. Esta proporción será la misma si λ_i es igual a uno.

Por otra parte, de las ecuaciones (12) y (13) se tiene que el capital humano de cualquier individuo se puede expresar en función del capital humano del individuo más capacitado, por lo que para caracterizar el estado estacionario de la economía es suficiente con caracterizar el estado estacionario del capital humano del individuo *z*. Para esto, es necesario utilizar ciertas ecuaciones obtenidas anteriormente.

De las ecuaciones (12) y (4) se tiene que en estado estacionario los salarios en función del capital humano son:

Para el individuo *z*:

$$(1-\alpha)A(h_z^*)^{1-\alpha} = w_z^* \tag{14}$$

Para el individuo *i*:

$$(1-\alpha)A(\lambda_i h_z^*)^{1-\alpha} = w_i^*$$

$$w_z^*(\lambda_i)^{1-\alpha} = w_i^* \tag{15}$$

De acuerdo con la ecuación (15) es posible afirmar que el salario del individuo *i* es una fracción del salario del individuo con mayor capital humano. Por otra parte, de la ecuación (8) para el individuo z se tiene:

$$h_{z,t+1} = \theta h_{z,t}^{\delta} e_{z,t}^{\mu}\left(\tau \int_0^N \frac{w_{i,t}}{N} di\right)^{\varphi} \tag{8.1}$$

Reemplazando las ecuaciones (7) y (15) en (8.1) se encuentra:

$$h_{z,t+1} = \theta h_{z,t}^{\delta}\left(\frac{h_{z,t}}{1+h_{z,t}} w_{z,t}(1-\tau)\right)^{\mu}\left(\tau \int_0^N \frac{w_{z,t}(\lambda_i)^{1-\alpha} di}{N}\right)^{\varphi} \tag{8.2}$$

Asimismo, de la ecuación (3) en (8.2) se tiene:

$$h_{z,t+1} = \frac{h_{z,t}^{\delta+\mu+(1-\alpha)(\mu+\varphi)}}{\left(1+h_{z,t}\right)^{\mu}} \theta[A(1-\alpha)]^{\mu+\varphi}(1-\tau)^{\mu}\left(\frac{\tau}{N}\int_0^N (\lambda_i)^{1-\alpha} di\right)^{\varphi} \tag{16}$$

Recordando que en estado estacionario se cumple que $h_{z,t+1} = h_{z,t} = h_z^*$, la ecuación (16) en estado estacionario se puede escribir de la siguiente forma:

$$(h_z^*)^{1-\delta+\mu+(1-\alpha)(\mu+\varphi)} = \frac{\chi}{(1+h_z^*)^{\mu}} \tag{17}$$

Donde $\chi = \theta[A(1-\alpha)]^{\mu+\varphi}(1-\tau)^{\mu}\left(\frac{\tau}{N}\int_0^N (\lambda_i)^{1-\alpha} di\right)^{\varphi}$

Para garantizar la existencia de un estado estacionario es necesario saber si existen valores de h_z^* que hacen que la ecuación (17) se cumpla. Para probar esto considérense las funciones $v(h_z^*)$ y $g(h_z^*)$ donde:

$$v(h_z^*) = \frac{\chi}{(1+h_z^*)^{\mu}} \tag{18}$$

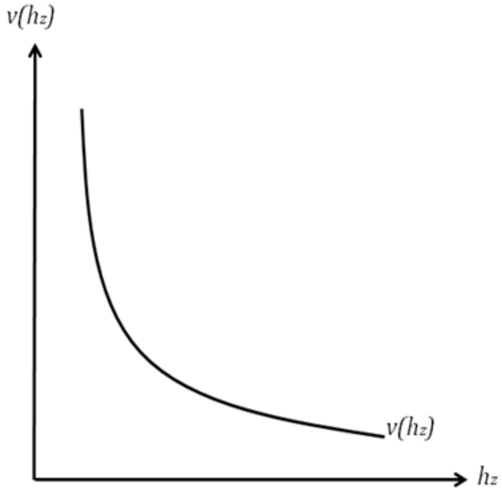
$$g(h_z^*) = (h_z^*)^{1-\delta+\mu+(1-\alpha)(\mu+\varphi)} \tag{19}$$

Las propiedades de la función $v(h_z^*)$ son:

1. $v(h_z^*) > 0$
2. $\lim_{h_z^* \to 0} v(h_z^*) = \infty$
3. $\lim_{h_z^* \to \infty} v(h_z^*) = 0$
4. $\frac{\partial v(h_z^*)}{\partial h_z^*} = -\mu \frac{\chi}{(1+h_z^*)^{\mu+1}} < 0$
5. $\frac{\partial^2 v(h_z^*)}{(\partial h_z^*)^2} = \mu(1+\mu)\frac{\chi}{(1+h_z^*)^{\mu+2}} > 0$

En otras palabras, la función $v(h_z^*)$ es estrictamente positiva, decreciente y convexa en el nivel de capital humano con asíntotas en los dos ejes. Gráficamente el comportamiento de $v(h_z^*)$ es:

Gráfica 5. Comportamiento de la función $v(^*_z)$.



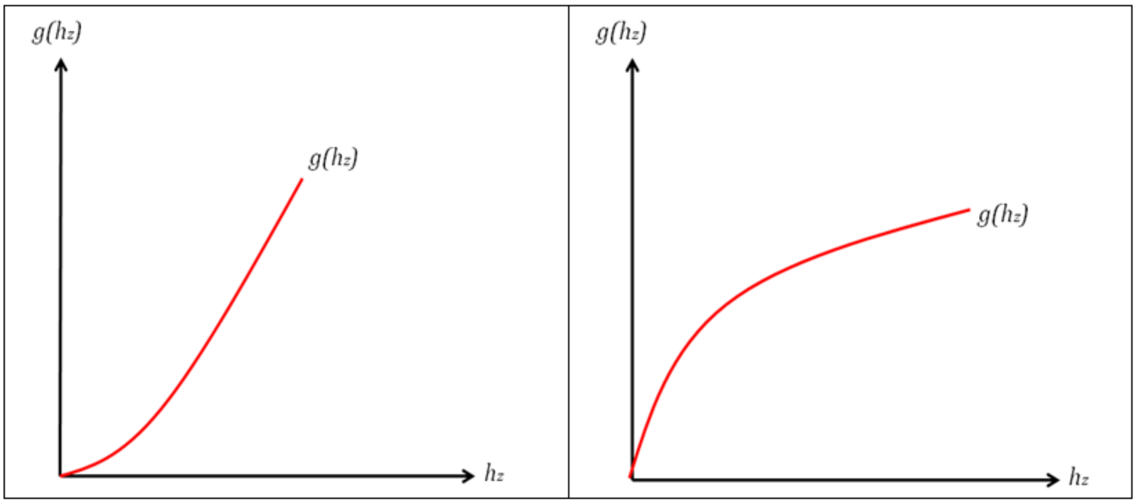
Respecto a la función $g(h_z^*)$, se encuentra que tiene las siguientes propiedades:

1. $g(h_z^*) \geq 0$
2. $\frac{\partial g(h_z^*)}{\partial h_z^*} = [1 - \delta + \mu + (1 - \alpha)(\mu + \varphi)](h_z^*)^{-\delta + \mu + (1-\alpha)(\mu + \varphi)} > 0$[15]
3. $g(0) = 0$

Por lo tanto, $g(h_z^*)$ es una función positiva y creciente en el nivel de capital humano, que parte del punto (0,0). La concavidad (convexidad) de $g(h_z^*)$ depende del valor de los parámetros y específicamente está determinada por el signo de $-\delta + \mu + (1 - \alpha)(\mu + \varphi)$. Gráficamente la función $g(h_z^*)$ se puede representar de las siguientes formas:

[15] Esta propiedad se cumple se cumple a partir de los supuestos hechos sobre la función de acumulación de capital humano, en especial porque: $\delta, \mu, \varphi > 0$ y $\delta + \mu + \varphi \leq 1$

Gráfica 6. Comportamiento de la función $g(^*_z)$.



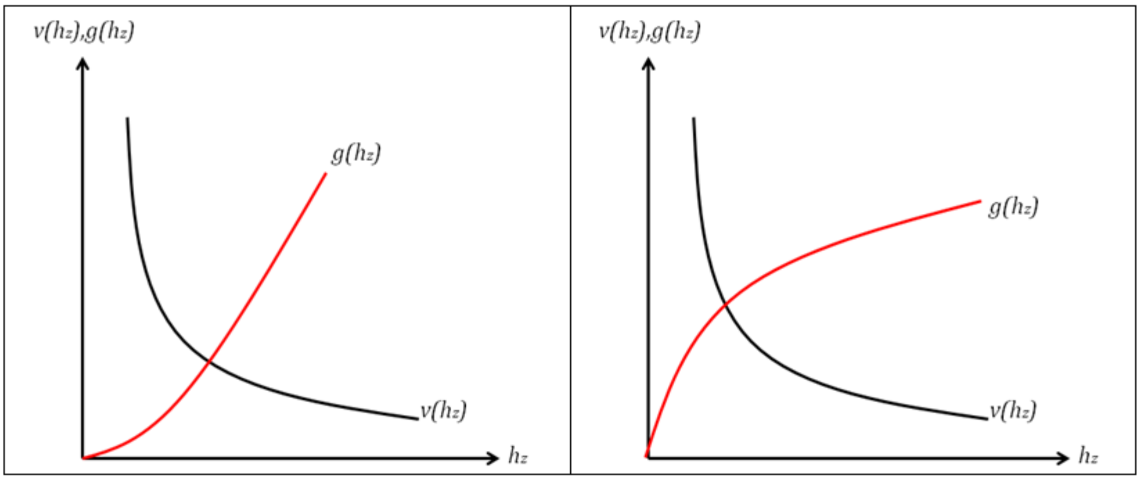
Proposición

Las funciones $v(h_z^*)$ y $g(h_z^*)$ son iguales en un único punto (distinto de (0,0)) garantizando la existencia de un estado estacionario.

Prueba

Una función decreciente y estrictamente positiva se cruza en un único punto con una función creciente que parte del punto (0,0). Según esto, dadas las propiedades de $v(h_z^*)$ y $g(h_z^*)$ éstas se cruzan en un único punto distinto de (0,0). Gráficamente se pueden tener dos situaciones:

Gráfica 7. Existencia del estado estacionario.



Estabilidad del estado estacionario

Para garantizar la estabilidad del estado estacionario es suficiente con determinar la relación que existe entre la tasa de crecimiento del capital humano del individuo z y su nivel de capital humano, pues si esta relación es negativa, por lo menos a partir de un punto, la economía siempre tenderá a su nivel de largo plazo. Dado lo anterior, al dividir la ecuación (16) entre $h_{z,t}$ se tiene:

$$\frac{h_{z,t+1}}{h_{z,t}} = \frac{h_{z,t}^{\delta+\mu+(1-\alpha)(\mu+\varphi)-1}}{\left(1+h_{z,t}\right)^{\mu}}\omega \qquad (16.1)$$

Donde $\omega = \theta[A(1-\alpha)]^{\mu+\varphi}(1-\tau)^{\mu}\left(\frac{\tau}{N}\int_0^N(\lambda_i)^{1-\alpha}di\right)^{\varphi}$

Al derivar (16.1) respecto a $h_{z,t}$ se encuentra que:

$$\partial\left(\frac{h_{z,t+1}}{h_{z,t}}\right)/\partial h_{z,t} = \omega\frac{h_{z,t}^{\delta+\mu+(1-\alpha)(\mu+\varphi)-1}}{\left(1+h_{z,t}\right)^{\mu}}\left[\frac{(\delta+\mu+(1-\alpha)(\mu+\varphi)-1)+(\delta+(1-\alpha)(\mu+\varphi)-1)h_{z,t}}{h_{z,t}\left(1+h_{z,t}\right)}\right] \qquad (16.2)$$

Según esto, para que la ecuación (16.2) sea negativa se debe cumplir que:

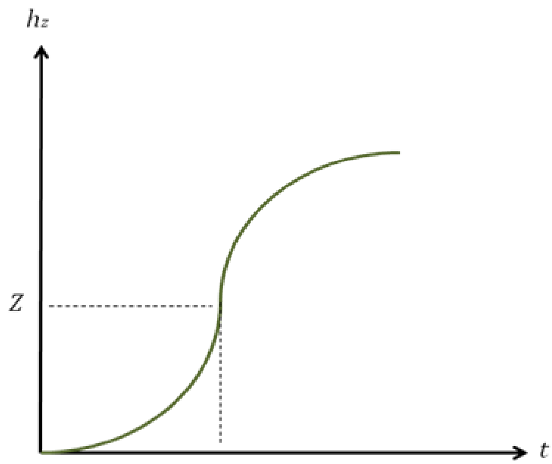
$$Z = \frac{\mu}{1-\left(\delta+(1-\alpha)(\mu+\varphi)\right)} - 1 < h_{z,t}$$

Por el contrario, si esta desigualdad no se cumple, la tasa de crecimiento es positiva:

$$Z = \frac{\mu}{1-\left(\delta+(1-\alpha)(\mu+\varphi)\right)} - 1 > h_{z,t}$$

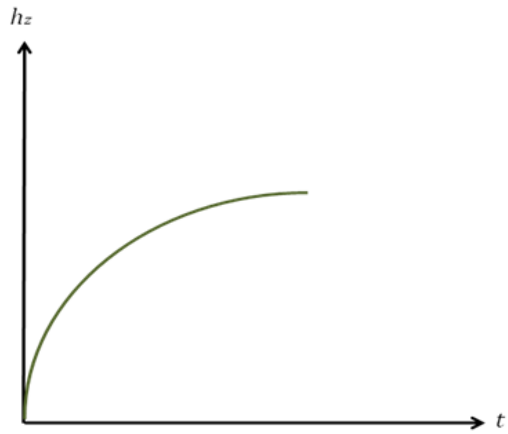
De acuerdo con estas dos condiciones y considerando que $\frac{\mu}{1-\left(\delta+(1-\alpha)(\mu+\varphi)\right)} - 1$ es un número finito, es posible inferir que la economía siempre llega a su nivel de largo plazo; sin embargo, la transición al estado estacionario dependerá del valor de los parámetros y del capital humano inicial, pues si Z es positivo y el nivel de capital humano inicial es inferior a Z es posible inferir que la tasa de crecimiento de la economía inicialmente es positiva y creciente, y después de Z es positiva pero decreciente. Gráficamente la dinámica para esta situación es:

Gráfica 8. Dinámica del capital humano en el tiempo (Z positivo).



Por otra parte, es posible que la tasa de crecimiento el capital humano siempre sea decreciente, en este caso la dinámica del capital humano sería:

Gráfica 9. Dinámica del capital humano en el tiempo (Z negativo)



Producción

Por el lado de la producción se tiene que de la ecuación (1) en estado estacionario el nivel de producto depende del capital humano del individuo z y de la heterogeneidad de los individuos.

$$Y^* = A(h_z^*)^{1-\alpha} \int_0^N (\lambda_i^*)^{1-\alpha}\, di$$

En un escenario sin heterogeneidad se tendría que la producción de la economía es igual a:

$Y^* = A(Nh_z^*)^{1-\alpha}$

Recordando que $\lambda_i^* \in [0,1]$ se tiene que bajo el escenario con heterogeneidad la producción es menor, considerando todo lo demás constante[16]. De esta forma, un primer resultado del modelo establece que en la medida que la heterogeneidad de los individuos es mayor, y en especial en la medida que la proporción de individuos con bajo capital humano es más alta, el nivel de producto de estado estacionario de la economía es menor.

Choques en el estado estacionario

La presente sección se encarga de analizar el efecto sobre el estado estacionario de la modificación de los parámetros del modelo, como son: la heterogeneidad, la tecnología y la tasa impositiva.

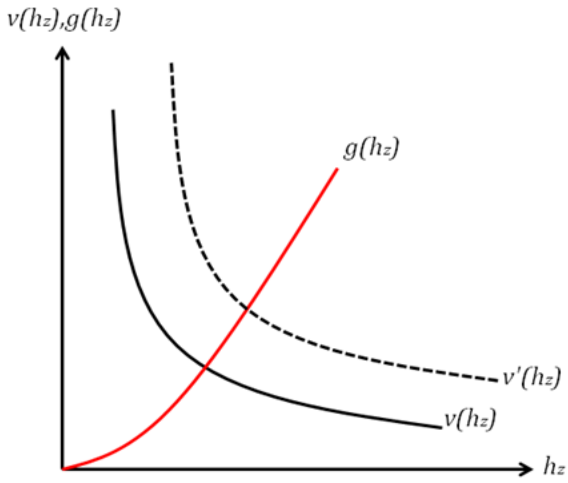
Disminución en la heterogeneidad.

Una disminución en la heterogeneidad afecta directamente la función $v(h_z^*)$ modificando el parámetro χ. Esta disminución en la heterogeneidad puede estar sesgada hacia un mayor capital humano o hacia un menor capital humano, en otras palabras, la heterogeneidad se disminuye en la medida que todos los individuos tengan el mismo capital humano, sea alto o bajo.

Si considera una situación en la que se tiende hacia un mayor capital humano, es decir, los individuos en la economía se acercan a h_z^*, la economía en su conjunto tiende a un estado estacionario con un mayor nivel de capital humano individual y una producción más alta. Matemáticamente esta situación se asocia con un aumento en $\int_0^N (\lambda_i)^{1-\alpha} di$.

[16] De la ecuación (18) es importante notar que el capital humano también aumenta cuando disminuye la heterogeneidad.

Gráfica 10. Efecto sobre el estado estacionario de una disminución en la heterogeneidad.



Ahora bien, ¿cómo puede disminuirse la heterogeneidad? Una de las posibles soluciones es eliminar las fuentes de diferenciación entre los agentes, lo cual es posible si se incrementa la participación de la educación pública en la función de acumulación de capital humano. Sin embargo, en términos prácticos esto implicaría tener un Estado más eficiente en la administración de recursos, al igual que un sistema de educación pública de mayor calidad.

No obstante ¿qué sucedería si los individuos tienen distintas funciones de acumulación de capital humano? específicamente ¿qué sucedería si se considera que la función de acumulación de los individuos cuyos padres tienen un bajo capital humano es más intensiva en educación pública que la de los individuos con padres más capacitados? Tal vez, esta variación podría compensar las diferencias en capital humano de los individuos de la economía, en la medida que elimina la persistencia en los individuos con padres de bajo capital humano, sacándolos de las trampas de pobreza en las que pueden encontrarse. Matemáticamente esta situación se puede describir de la siguiente forma:

Sean dos individuos con las siguientes funciones de acumulación de capital humano.

$$h_{i,t+1} = \theta h_{i,t}^{\delta} e_{i,t}^{\mu} \left(\tau \int_0^N \frac{w_{i,t}}{N} di\right)^{\varphi} \tag{20}$$

$$h_{j,t+1}^{'} = \theta h_{i,t}^{\delta'} e_{i,t}^{\mu'} \left(\tau \int_0^N \frac{w_{i,t}}{N} di\right)^{\varphi'} \tag{21}$$

A su vez, tómense las situaciones extremas, es decir, si la dinastía j es la que tiene un mayor capital humano inicial su función de acumulación de capital humano no dependerá de la educación pública, en otras palabras, $\varphi^{'} = 0$. Asimismo, supónganse rendimientos a escala constantes, $\delta^{'} + \mu^{'} = 1$. Por último, considérese que la dinastía i tiene un capital humano muy bajo y que por tanto su función de acumulación de capital humano dependerá totalmente de la educación pública, es decir $\varphi = 1$. Dado lo anterior las ecuaciones (20) y (21) pueden escribirse de la siguiente manera:

$$h_{i,t+1} = \theta\left(\tau \int_0^N \frac{w_{i,t}}{N-N'} di\right) \tag{22}$$

$$h'_{j,t+1} = \theta h_{i,t}^{\delta'} e_{i,t}^{1-\delta'} \tag{23}$$

De (3) en (22) se tiene:

$$h_{i,t+1} = \theta(1-\alpha)\tau(1-\tau)A\left(\int_0^N \frac{(h_{i,t})^{1-\alpha}}{N-N'} di\right) \tag{22.1}$$

Reemplazando (11.1), (7) y (3) en (23) se encuentra que:

$$h'_{j,t+1} = \theta h_{i,t}^{\delta'}\left[\frac{h'_{j,t}}{1+h'_{j,t}}(1-\alpha)A\left(h'_{j,t}\right)^{1-\alpha}(1-\tau)\right]^{1-\delta'}$$

$$h'_{j,t+1} = \theta \frac{h_{i,t}^{\delta'+\left(1-\delta'\right)(2-\alpha)}}{\left(1+h'_{j,t}\right)^{1-\delta'}}\left[(1-\alpha)A(1-\tau)\right]^{1-\delta'} \tag{23.1}$$

La tasa de crecimiento de (22.1) y (23.1) es:

$$\frac{h_{i,t+1}}{h_{i,t}} = \frac{\theta(1-\alpha)\tau(1-\tau)A}{h_{i,t}}\left(\int_0^N \frac{\left(h_{i,t}\right)^{1-\alpha}}{N-N'} di\right)$$

$$\frac{h'_{j,t+1}}{h'_{j,t}} = \theta \frac{h_{j,t}^{(1-\delta')(1-\alpha)}}{\left(1+h'_{j,t}\right)^{1-\delta'}}\left[(1-\alpha)A(1-\tau)\right]^{1-\delta'}$$

Por tanto, la tasa de crecimiento relativa es:

$$\frac{h_{i,t+1}/h_{i,t}}{h'_{j,t+1}/h'_{j,t}} = \frac{\tau[(1-\alpha)(1-\tau)A]^{\delta'}\left(\int_0^N \frac{\left(h_{i,t}\right)^{1-\alpha}}{N-N'} di\right)\Big/ h_{i,t}}{h_{j,t}^{(1-\delta')(1-\alpha)}\Big/\left(1+h'_{j,t}\right)^{1-\delta'}} \tag{24}$$

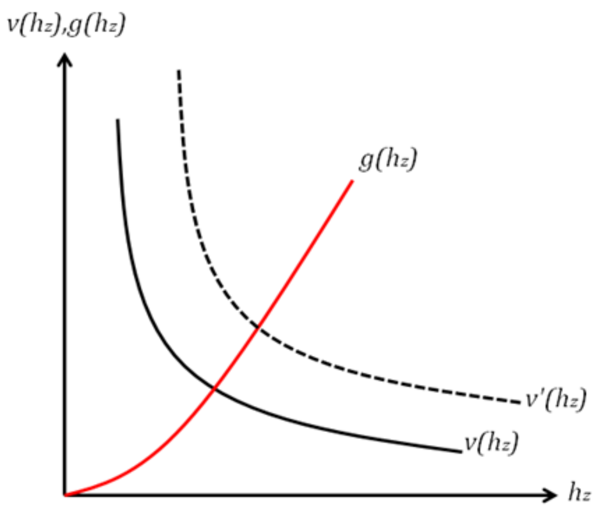
De esta forma, en la medida que $\tau[(1-\alpha)(1-\tau)A]^{\delta'}\left(\int_0^N \frac{(h_{i,t})^{1-\alpha}}{N-N'} di\right)/h_{i,t}$ sea mayor que $h_{j,t}^{(1-\delta')(1-\alpha)}/\left(1+h'_{j,t}\right)^{1-\delta'}$ las diferencias entre individuos con alto capital humano e individuos con bajo capital humano tenderá a reducirse. En general, esto dependerá de cómo evolucione $\left(\int_0^N \frac{(h_{i,t})^{1-\alpha}}{N-N'} di\right)/h_{i,t}$ en relación a $h_{j,t}^{(1-\delta')(1-\alpha)}/\left(1+h'_{j,t}\right)^{1-\delta'}$. Claramente si

$h_{i,t}$ es muy pequeño, es decir $h_{i,t} \to 0$ y $h'_{j,t}$ es muy grande, $h'_{j,t} \to \infty$, la ecuación (24) será mayor que 1, por lo que la política sería eficiente para reducir la desigualdad.

Incremento en la tecnología

Un incremento en la tecnología, A, aumenta la productividad marginal del trabajo y genera un mayor capital humano de largo plazo. El mecanismo es sencillo, pues un incremento en A genera un mayor salario, y en últimas una mayor inversión en educación, tanto por el lado privado como por el público. Matemáticamente un incremento en A afecta χ positivamente[17].

Gráfica 11. Efecto sobre el estado estacionario de un incremento en la tecnología.



Tasa impositiva óptima

La tasa impositiva que maximiza el nivel de capital humano y en últimas el nivel de producto de largo plazo, se encuentra derivando χ respecto a τ y determinando si este óptimo es un máximo o un mínimo.

Recordando que:

$$\chi = \sigma(1-\tau)^{\mu}\tau^{\varphi}$$

[17] El efecto de un aumento en θ (tecnología de la producción de capital humano) es similar a un aumento en A.

Donde $\sigma = \theta[A(1-\alpha)]^{\mu+\varphi}\left(\frac{1}{N}\int_0^N(\lambda_i)^{1-\alpha}di\right)^{\varphi}$

Al derivar respecto a τ se tiene:

$$\frac{\partial\chi}{\partial\tau} = \sigma[-\mu(1-\tau)^{\mu-1}\tau^{\varphi} + \varphi(1-\tau)^{\mu}\tau^{\varphi-1}] = \sigma(1-\tau)^{\mu-1}\tau^{\varphi}\left[-\frac{\mu}{1-\tau}+\frac{\varphi}{\tau}\right] = \chi\left[-\frac{\mu}{1-\tau}+\frac{\varphi}{\tau}\right]$$

Para aumentar χ cuando aumenta la tasa impositiva se debe cumplir que:

$$\tau < \frac{\varphi}{\varphi+\mu}$$

Por tanto, el máximo nivel de impuestos consistente con un aumento en el capital humano es:

$$\tau = \frac{\varphi}{\varphi+\mu} \tag{20}$$

La ecuación (20) establece que la tasa impositiva óptima depende directamente de la participación de la educación pública en la formación de capital humano, es decir, en la medida que el capital humano utilice más intensivamente los recursos del estado para su formación, la tasa impositiva debe ser más alta. La importancia de este resultado es que cualquier tasa distinta a ésta, sea superior o inferior reducirá el capital humano de estado estacionario y en últimas el nivel de producto de largo plazo.

IV. Conclusiones

Los estudios empíricos y teóricos sobre educación y crecimiento económico evidencian que existe una relación directa y bidireccional entre estas dos variables, asimismo, cuando se observa la relación entre gasto en educación y PIB per cápita, se encuentra que en la medida que el ingreso aumenta el gasto en educación también lo hace, observación que se cumple también en términos relativos (gasto en educación como porcentaje del ingreso); según esto, es posible inferir que en la medida que aumenta el ingreso la preferencia por educación es mayor. De la misma forma, la evidencia microeconómica ha mostrado que parte de la brecha salarial entre individuos ricos y pobres es explicada por los diferenciales en niveles de capital humano.

Cuando se incorporan estos hechos (preferencia por la educación y heterogeneidad en los niveles de capital humano) en un modelo de crecimiento económico con educación pública, agentes heterogéneos y altruismo endógeno, se encuentra que países con mayores niveles de heterogeneidad en las dotaciones de capital humano tienen un menor producto de largo plazo, por tanto, políticas consistentes con el desarrollo económico de un país deben procurar disminuir la heterogeneidad de su población.

Una forma de lograr este resultado es mediante el gasto público, específicamente se debería otorgar una mayor cantidad de recursos para la educación de los individuos más pobres, garantizando que esta educación sea de la misma calidad que la educación privada. En otras palabras, se requiere que la función de acumulación de capital humano de los individuos pobres sea más intensiva en el uso de recursos públicos que la función de acumulación de capital humano de los individuos ricos.

Asimismo, el modelo planteado en este documento evidencia que la educación pública permite que la brecha salarial se estabilice en el largo plazo. A su vez, choques tecnológicos favorables a la producción de bienes finales y la acumulación de capital humano generan un mayor nivel de producto de largo plazo. Por último, se observa que existe una única tasa impositiva óptima, la cual depende positivamente de la intensidad con que se usen los recursos públicos en la formación de capital humano.

Bibliografía

1. Aghion, P., Howitt, P. (1998). *Endogenous Growth Theory.* Cambridge, MA: MIT Press.

2. Barro, R. (2001). Human Capital and Growth. *American Economic Review, 91* (2), 12-17.

3. Becker, G., Barro, R. (1988). A Reformulation of the Economic Theory of Fertility. *The Quarterly Journal of Economics, 103* (1), 1-25.

4. Bénabou, R. (1996). Equity and Efficiency in Human Capital Investment: The Local Connection. *Review of Economic Studies, 63*, 237-264.

5. Benhabib, J., Spiegel, M. (1994). The role of human capital in economic development: Evidence from aggregate cross-country data. *Journal of Monetary Economics, 34* (2), 143-174.

6. Burton, W. (1966). Investing in Human Capital. *The Journal of Human Resources, 1* (1), 5-21.

7. Cardia, E., Michel, P. (2004). Altruism, intergenerational transfers of time and bequest. *Journal of Economic Dynamics & Control, 28*, 1681-1701.

8. Currie, J., Moretti, E. (2003). Mother's Education and Intergenerational Transmission of Human Capital. *Quarterly Journal of Economics, 118* (4), 1495-1532.

9. de la Croix. (2000). Growth dynamics and education spending: The role of inherited tastes and abilities. *European Economic Review, 45,* 1415-1438.

10. Dee, T. (2004). Are there civic returns to education? *Journal of Public Economics, 88* (9-10), 1697-1720.

11. Fernández, R., Rogerson, R. (2001). Sorting and long-run inequality. *Quarterly Journal of Economics, 116* (4), 1305-1341.

12. Galor, O., Tsiddon, D. (1997). The Distribution of Human Capital and Economic Growth. *Journal of Economic Growth, 2,* 93-124.

13. Galor, O., Weil, D. (2000). Population, Technology, and Growth: From Malthusian Stagnation to the Demographic Transition and Beyond. *The American Economic Review, 90* (4), 806-828.

14. Gloom, G., Ravikumar, B. (1992). Public versus private investment in human capital: endogenous growth and income inequality. *Journal of Political Economy, 100*, 818-834.

15. Gloom, G., Ravikumar, B. (2003). Public education and income inequality. *European Journal of Political Economy, 19*, 289-300.

16. Hanushek, E., Kimko, D. (2000). Schooling, labor force quality, and the growth of nations. *American Economic Review, 90* (5), 1184-1208.

17. Hanushek, E., WöBmann, L. (2007). The Role of Education Quality in Economic Growth. *World Bank Policy Research Working Paper* (4122).

18. Harmon, C., Oosterbeek, H., Walker, I. (2003). The returns to education: Microeconomics. *Journal of Economic Surveys, 17* (2), 115-155.

19. Heyneman, S. (1984). Research on education in developing countries. *International Journal of Educational Development, 4*, 293-304.

20. Kotlikoff, L., Spivak, A. (1981). The family as an incomplete annuities market. *Journal of Political Economy, 89*, 372-391.

21. Loening, J. (2005). Effects of Primary, Secondary and Tertiary Education on Economic Growth. Evidence from Guatemala. *World Bank Policy Research Working Paper, 3610.*

22. Lucas, R. (1988). On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics, 22*, 3-42.

23. Mankiw, G., Romer, D., Weil, D. (1992). A Contribution to the Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics, 107 (2)* , 407-437.

24. Milligan, K., Moretti, E., Oreopoulos, P. (2004). Does education improve citizenship? Evidence from the United States and the United Kingdom. *Journal of Public Economics , 9-10* (88), 1667-1695.

25. Mincer, J. (1974). *Schooling Expirience and Earnings*. New York: NBER.

26. Mincer, J. (1970). The distribution of labor incomes: a survey with special reference to the human capital approach. *Journal of Economic Literature, 8* (1), 1-26.

27. Mincer, J. (1970). The distribution of labor incomes: a survey with special reference to the human capital approach. *Journal of Economic Literature, 8* (1), 1-26.

28. Mulligan, C. (1999). Galton versus the human capital approach to inheritance. *Journal of Political Economy, 107* (6), S184-S224.

29. Murnane, R., Willett, J., Braatz, J., Duhaldeborde, Y. (2001). Do different dimensions of male high school students' skills labor market success a decade later? Evidence from the NLSY. *Economics of Education Review, 20* (4), 311-320.

30. Nelson, R., Phelps, E. (1966). Investment in humans, technology diffusion and economic growth. *American Economic Review, 56* (2), 69-75.

31. Pereira, J; Aubyn, M. (2008). What level of education matters most for growth? Evidence from Portugal. *Economics of Education Review.* doi:10.1016/j.econedurev.2007.12.001

32. Petrakis, P., Stamatakis, D. (2002). Growth and Educational Levels: A Comparative Analysis. *Economics of Education Review, 21*, 513-521.

33. Psacharopoulos, G. (1994). Returns to investment in education: A global update. *World development , 22*, 1325-1344.

34. Psacharopoulos, G., & Patrinos, H. (2004). Returns to investment in education: a further update. *Education Economics, 12 (2)* , 111-134.

35. Romer, P. (1986). Increasing Returns and Long-Run Growth. *The Journal of Political Economy, 94* (5), 1002-1037.

36. Romer, P. (1990). Endogenous technological change. *Journal of Political Economy*, 71-102.

37. Solon, G. (1992). Intergenerationa income mobility in the United States. *American Economic Review, 82,* 393-408.

38. Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics, 70* (1), 65-94.

39. Swan, T. (1956). Economic Growth and Capital Accumulation. *Economic Record, 32*, 334-361.

40. Vidal, J. P., Rapoport, H. (2007). Economic growth and endogenous intergenerational altruism. *Journal of Public Economics, 91*, 1231-1246.

41. Vandenbussche, J., Aghion, P., Meghir, C. (2006). Growth, distance to frontier and composition of human capital. *Journal of Economic Growth, 11*(2), 97-127.

42. Zeira, J. (2008). Why and How Education Affects Economic Growth? *The Hebrew University of Jerusalem and CEPR.*