

República de Colombia  
Departamento Nacional de Planeación  
Dirección de Estudios Económicos

---

---

# ARCHIVOS DE ECONOMÍA

---

---

## Matrices Insumo-Producto y Análisis de Multiplicadores: Una aplicación para Colombia

Gustavo HERNANDEZ DIAZ

Documento 373  
4 de enero de 2011

---

La serie ARCHIVOS DE ECONOMÍA es un medio de divulgación de la Dirección de Estudios Económicos, no es un órgano oficial del Departamento Nacional de Planeación. Sus documentos son de carácter provisional, de responsabilidad exclusiva de sus autores y sus contenidos no comprometen a la institución.

Consultar otros **Archivos de economía** en:

<http://www.dnp.gov.co/PortalWeb/EstudiosEconomicos/ArchivosdeEconomía.aspx>

[http://www.dotec-colombia.org/index.php?option=com\\_content&task=category&sectionid=75&id=118&Itemid=99999](http://www.dotec-colombia.org/index.php?option=com_content&task=category&sectionid=75&id=118&Itemid=99999)

# Matrices Insumo-Producto y Análisis de Multiplicadores: Una Aplicación para Colombia

Gustavo HERNÁNDEZ\*  
[ghernandez@dnpp.gov.co](mailto:ghernandez@dnpp.gov.co)

## Resumen

El análisis insumo-producto ha sido ampliamente usado en distintos escenarios, ya que es de fácil implementación e interpretación. Sin embargo, es importante tomar en cuenta que la construcción de los coeficientes de la matriz insumo-producto deben hacerse con precaución, sobre todo en el caso de que exista producción secundaria en los sectores, ya que esto puede implicar coeficientes negativos. Para esto sortear este problema se construyeron los coeficientes de forma indirecta, con una aplicación para las cuentas nacionales para el año 2007, base 2000. A partir de estos nuevos coeficientes se realiza un análisis tradicional de multiplicadores, así de obtener los sectores claves de la economía, lo cual es sensible con el nivel de desagregación al cual se recurra.

Palabras clave: matrices insumo-producto, multiplicadores, relaciones intersectoriales

Código JEL: C67, C81, D57.

---

\* El autor es subdirector de Estudios Sectoriales y regulación de la Dirección de Estudios Económicos del DNP. Se agradecen los comentarios de Manuel Ramirez, Gabriel Piraquive y Nestor Gonzalez. Los comentarios y errores son responsabilidad del autor y no comprometen a la institución en que trabaja.

# Input-Output Matrix and Multipliers Analysis: An application for Colombia

## Abstract

Input-output analysis has been widely used in different scenarios, because it is easy to implement and interpret. Nevertheless, it is important to note that the build of input-output coefficients should be done with caution, especially in case exists secondary production in sectors, since this may imply negative coefficients. This to draw for this problem it is built indirectly coefficients, applying this methodology for 2007national accounts, base 2000. Using these new coefficients is performed traditional multiplier analysis and obtains the key sectors of the economy. This analysis is sensitive to the level of disaggregation which is invoked.

Key words: Input-output, multipliers, linkages.

JEL codes: C67, C81, D57.

Introducción	4
<b>MATRIZ INSUMO-PRODUCTO</b>	<b>4</b>
<b>CONSTRUCCIÓN DE LOS COEFICIENTES INSUMO-PRODUCTO</b>	<b>7</b>
<b>ANÁLISIS DE MULTIPLICADORES</b>	<b>10</b>
Análisis de sensibilidad de los coeficientes	10
Encadenamientos productivos	12
Otros multiplicadores	18
<b>CONCLUSIONES</b>	<b>20</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>21</b>
CUADRO 1. ESQUEMA MATRIZ INSUMO-PRODUCTO	5
CUADRO 2. INFORMACIÓN DE LA MATRIZ INSUMO-PRODUCTO	5
CUADRO 3. CUENTAS NACIONALES Y MATRIZ INSUMO-PRODUCTO	8
CUADRO 4. CLASIFICACIÓN DE LOS COEFICIENTES TÉCNICOS	12
CUADRO 5. TIPOLOGÍA SECTORIAL SEGÚN CHENERY Y WATANABE	13
CUADRO 6. MULTIPLICADORES PARA COLOMBIA 2007	15
CUADRO 7. TIPOLOGÍA SECTORIAL SEGÚN RASMUSSEN	17
CUADRO 8. MULTIPLICADORES DE REMUNERACIONES, VALOR AGREGADO Y EMPLEO	19

## Introducción

El modelo insumo-producto supone que los insumos para la elaboración de un producto, están relacionados a través de una función de costos lineal, la cual depende de los coeficientes insumo-producto y los precios de los distintos insumos. El modelo insumo-producto puede ser utilizado para estudiar la composición del valor agregado de los productos y efectuar análisis de precios, calcular requerimientos de importaciones, etc., también para responder a preguntas como: ¿Cuál es la intensidad de uso de los factores requeridos para la producción de los diferentes sectores? ¿Cómo se afecta la participación de los salarios o las ganancias en el producto a medida que éste crece? ¿Cuáles son los requerimientos de importaciones para mantener o elevar el producto? ¿Cómo cambian los precios de las mercancías cuando se elevan los salarios o las ganancias?

Como un ejemplo de la aplicación del análisis de multiplicadores a partir de los coeficientes insumo-producto se toman las relaciones inter-sectoriales de la economía colombiana en el 2007 para esto se recurre a la metodología de los encadenamientos de los sectores, obtenidos de una matriz insumo-producto (MIP). Para ello se utiliza las cuentas nacionales para 2007, con base en la metodología de cuentas nacionales de 2000. La principal ventaja que tiene esta metodología es el nivel de desagregación obtenido; sin embargo, dadas las características del modelo, no existen economías o des-economías a escala, todos los sectores utilizan la misma tecnología y se tienen los mismos niveles de eficiencia.

El artículo se organiza de la siguiente forma: en la segunda sección se presenta la construcción de la matriz insumo-producto, así como el modelo de Leontieff, en la tercera sección se encuentra la construcción de los coeficientes insumo-producto, para luego seguir con el análisis de los multiplicadores en la siguiente sección, y finalmente se colocan las conclusiones del trabajo

## Matriz insumo-producto

Una matriz insumo-producto presentan en forma matricial el equilibrio sectorial entre la oferta y la utilización de los bienes y servicios de una economía. Además de mostrar una descripción de la economía de un país (o región). La matriz insumo-producto, dados algunos supuestos tecnológicos, permite analizar y cuantificar los niveles de producción sectorial que satisfacen unos niveles determinados de consumo e inversión de la economía, y de esta manera proyectar las necesidades de producción dado un incremento en la demanda.

Esta matriz insumo-producto puede ser descompuesta en tres sub-matrices: i) la primera, de demanda intermedia, en la cual se observan los flujos de compras (columna) y ventas (filas) entre los diferentes sectores de la economía, esto resume la actividad intermedia de la economía, ii) la segunda, de valor agregado, en la cual se observan los pagos sectoriales tanto a capital (contabilizado como el excedente bruto de explotación), al trabajo (remuneración a asalariados), para la transformación de los insumos en productos<sup>1</sup>, así como los otros impuestos menos subsidios a la producción y iii) la tercera, de demanda final, muestra las transacciones con respecto a la utilización sectorial de los productos elaborados, esto es, el consumo por parte de los hogares, el consumo público, la inversión (formación bruta de capital fijo) y la variación de existencias<sup>2</sup>. En el Cuadro 2, se presenta de manera desagregada la información que contiene la matriz insumo producto por cada uno de sus componentes.

**Cuadro 1. Esquema matriz insumo-producto**

Sectores		
Sectores	Matriz de demanda intermedia	Matriz de demanda final.
	Matriz de valor agregado	

Fuente: Elaboración del autor

**Cuadro 2. Información de la matriz insumo-producto**

	Producción sector 1	Producción sector i	Producción sector n	Consumo privado	Consumo Público	Inversión	Variación de Existencias	VBP		
Producción sector 1	$X_{11}$	...	$X_{1i}$	...	$X_{1n}$	$Cp_1$	$Cg_1$	$I_1$	$Z_1$	$X_1$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Producción sector i	$X_{i1}$	...	$X_{ii}$	...	$X_{in}$	$Cp_i$	$Cg_i$	$I_i$	$Z_i$	$X_i$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Producción sector n	$X_{n1}$	...	$X_{ni}$	...	$X_{nn}$	$Cp_n$	$Cg_n$	$I_n$	$Z_n$	$X_n$
Capital	$EBE_1$	...	$EBE_i$	...	$EBE_n$					
Salarios	$REM_1$	...	$REM_i$	...	$REM_n$					
Impuestos - subsidios	$T_1 - Sb_1$	...	$T_i - Sb_i$	...	$T_n - Sb_n$					
VBP	$X_1$	...	$X_i$	...	$X_n$					

Fuente: Adaptado de Schuschny (2005).

$X_j$  es el valor de la producción del j-ésimo sector,  $X_{ij}$  es el valor de la producción que el sector j-ésimo compra al sector i-ésimo,  $REM_j$  es la remuneración a asalariados pagados por el sector j,  $EBE_j$  son los beneficios y el excedente de explotación del sector j-ésimo,  $T_j$  son los impuestos por el sector j-ésimo,  $Sb_j$  son los subsidios recibidos por el sector j-ésimo,  $Cp_i$  es el consumo de los hogares hecho por el sector i-ésimo,  $Cg_i$  es el consumo público hecho por el sector i-ésimo,  $I_i$  es la inversión hecha por el sector i-ésimo y  $Z_i$  es la variación de existencias del sector i-ésimo.

<sup>1</sup> En este rubro también se involucra el ingreso mixto, pero mediante la estimación de una ecuación de Mincer para la imputación de los salarios de los independientes, este puede ser separado entre remuneración a asalariados y excedente bruto de explotación.

<sup>2</sup> En algunas ocasiones se involucran las exportaciones e importaciones, cuando esto sucede se conoce como el modelo de Leontieff ampliado o de economía abierta.

Para la construcción del modelo insumo-producto hay que tener en cuenta los siguientes supuestos:

- *Hipótesis de homogeneidad sectorial*: cada insumo es suministrado por un solo sector de la producción. Lo cual implica que cada uno de los sectores tenga una producción primaria o característica, pero no secundaria.
- *Hipótesis de invarianza de los precios relativos*: insumos iguales o productos iguales deben tener precios iguales de valoración para todos los productores.
- *Hipótesis de proporcionalidad*: la cantidad de insumos varía en la misma proporción que varía la producción. Lo cual implica que los factores e insumos no sean determinados por los precios relativos.
- *Hipótesis de aditividad*: El efecto total sobre la producción de varios sectores es igual a la suma de los efectos sobre la producción de cada uno de los sectores.

A partir de la estructura de la matriz insumo-producto se desarrolla un modelo muy simplificado de la economía cuyas relaciones son establecidas mediante el supuesto de una tecnología constante tanto para la producción de cada sector como para el consumo de cada bien y/o servicio de la economía. Este se puede expresar de la siguiente manera en forma matricial

$$X = A * X + Y \quad (1)$$

$X$  es un vector de tamaño  $n * 1$ , donde  $n$  es el número de sectores de la economía, y cada uno de sus componentes  $X_i$  es la producción del sector  $i$ .  $Y$  es un vector  $n * m$ , donde cada columna es cada uno de los componentes de la demanda final. Finalmente,  $A$  es una matriz  $n * n$ , denominada de requerimientos técnicos, donde cada uno de sus componentes  $a_{ij}$  son los coeficientes técnicos de la economía. El coeficiente técnico  $a_{ij}$  es definido como

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j} \quad (2)$$

Haciendo algunas manipulaciones de (1), se encuentra que:

$$X = (I - A)^{-1} Y = B * Y \quad (3)$$

donde la matriz  $B = (I - A)^{-1}$  es la matriz de requerimientos totales de la economía.

Los componentes de la matriz  $A$  son las cantidades de los distintos insumos que un sector requiere para producir una unidad de producto, sin embargo no dice nada acerca de los efectos indirectos que pueden suceder. Esto es, para producir pan se necesita de la harina de trigo, la cual a la vez necesita del trigo producido por el sector agrícola, y este a su vez necesita de

semillas y fertilizantes para su producción, entonces un incremento de una unidad en la producción de pan lleva a la interacción y el movimiento de una cadena productiva, en el cual los insumos requeridos por un sector deben ser producidos y necesitan de insumos de otros sectores. Esto se puede representar como:

$$\text{Impacto total} = \Delta Y + A^* \Delta Y + A^{2*} \Delta Y + A^{3*} \Delta Y + A^{4*} \Delta Y + \dots + A^{n*} \Delta Y + \dots + A^{\infty*} \Delta Y = (I - A)^{-1}$$

Luego la matriz  $(I - A)^{-1}$  muestra el impacto total de un incremento exógeno en la demanda final de la economía.

## Construcción de los Coeficientes Insumo-Producto

A partir de las matrices oferta y utilización elaboradas por el DANE se puede construir la matriz insumo-producto. Para esto se toma las matrices oferta y utilización y cada uno de los componentes: consumo intermedio (C1,R2), , factores de producción (C1,R3), otros impuestos indirectos (C1,R5), producción (C2,R1), márgenes comerciales (C2,R2), impuestos directos a la producción, IVA y aranceles (C2,R5), importaciones (C2,R7), consumo privado (C4,R2), consumo público (C5,R2), inversión (C6,R2) y exportaciones (C7,R2); son colocados de acuerdo al esquema del Cuadro 3. De esta manera se construye la matriz insumo-producto ampliada o de economía abierta, generalmente se trabaja con la matriz insumo-producto, esto es, sin involucrar la fila y columna del resto del mundo.

Como se menciono anteriormente, los coeficientes técnicos se definen como los requerimientos de insumos por unidad de producto. Estos son obtenidos a partir de las matrices de utilización y oferta de la economía, que de aquí en adelante van a ser notadas como  $U$  (matriz de utilización) y  $V$  matriz de oferta. Para construir la matriz de coeficientes técnicos entonces se utilizan las matrices  $U$  y  $V$ , esto es un valor en  $A(U,V)$  está asociado a un dato de  $U$  y un dato para  $V$ .



**Cuadro 3. Cuentas Nacionales y Matriz Insumo-Producto**

	Actividades (C1)	Mercancías (C2)	Factores (C3)	Hogares (C4)	Gobierno (C5)	Inversión (C6)	Resto del mundo (C7)
Actividades (R1)		M. O.					
Mercancías (R2)	M.U.	M. O.		M.U.	M.U.	M.U.	M.U.
Factores (R3)	M.U.						
Hogares (R4)							
Gobierno (R5)	M.U.	M. O.					
Inversión (R6)							
Resto del mundo (R7)		M. O.					

Elaboración del Autor

M.U: Matriz de utilización, M.O: matriz de oferta.

En el caso de que no exista producción secundaria, la matriz de oferta  $V$  es una matriz diagonal. Entonces, cada sector utiliza un vector de insumos, una columna de  $U$ , para producir un solo producto, el elemento en  $V$  asociado al vector de insumos. Existe una relación uno a uno entre los sectores y las ramas de actividad. Luego<sup>3</sup>:

$$a_{ij}(U, V) = u_{ij}/v_{jj} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (4)$$

En forma matricial

$$A(U, V) = U(V^T)^{-1} \quad (5)$$

donde el superíndice  $T$  significa que la matriz es transpuesta. En este caso es irrelevante ya que es una matriz diagonal. Esto es importante cuando la matriz  $V$  es no cuadrada o en el caso de los elementos por fuera del diagonal sean distintos de cero (producción secundaria).

En el caso de que exista producción secundaria, la matriz  $V$  puede ser escrita como:

$$V = \hat{V} + \tilde{V} \quad (6)$$

<sup>3</sup> Note que las ecuaciones (2) y (4) son equivalentes.

en esta descomposición,  $\tilde{V}$  es compuesta por los términos de la diagonal de  $V$  (producción característica o primaria), y  $\check{V}$  contiene los términos por fuera de la diagonal de  $V$  (producción secundaria). Empíricamente, la producción secundaria es menor que la producción primaria, para cada uno de los sectores.

La introducción de producción secundaria implica que se violando el supuesto de "homogeneidad sectorial", entonces los coeficientes técnicos deben ser derivados indirectamente. Esto se debe a que los coeficientes técnicos pueden ser de signo negativo. Siguiendo el ejemplo propuesto por Raa (2005) pp 89, se considera una economía con dos sectores, donde el primer sector sólo produce una unidad del producto 1, y el segundo sector produce una unidad del producto 2 y  $v$  unidades del producto 1 (producción secundaria del sector 2). Esto es:

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ v & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Substituyendo en (5), se tiene que:

$$A(U, V) = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{21} \\ u_{12} & u_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -v \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} - v * u_{11} \\ u_{21} & u_{22} - v * u_{21} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Como se observa en (8) los coeficientes técnicos del primer sector están dados por la estructura de insumos del primer sector, por que el sector no tiene producción característica. Los coeficientes técnicos del sector 2 están dados por los insumos del segundo sector netos de los insumos requeridos para la producción secundaria. Estos coeficientes pueden ser negativos en el caso de que  $u_{12} < v * u_{11}$  ó  $u_{22} < v * u_{21}$ .

La idea es construir una matriz coeficientes técnicos que sean positivos, la cual considere solamente la estructura de costos de la producción característica, esto es, no se viole la hipótesis de "homogeneidad sectorial" para esto se proponen dos alternativas: la primera en que la estructura de costos de la producción secundaria del sector  $j$  es la misma que la estructura de costos de producción característica del sector  $i$ . Conocido también como método de estructura de costos

Una alternativa para construir los coeficientes técnicos es asumir que los sectores tienen estructuras de insumos específicas, independiente de la composición de sus productos. Entonces, el sector 1 utiliza  $u_{i1}$  del insumo  $i$  para la producción del producto  $(v_{11} + \dots + v_{1n})$ . Los insumos se asignan proporcionalmente, esto es,  $(u_{i1} * v_{1j}) / (v_{11} + \dots + v_{1n})$  por producto, por tanto  $(u_{i1}) / (v_{11} + \dots + v_{1n})$  por unidad<sup>4</sup>. El coeficiente técnico ahora es

---

<sup>4</sup> Un método alternativo propuesto por el sistema europeo cuentas económicas integradas (EUROSTAT, 1979), es dividir los insumos por los productos:

$$\tilde{a}_{ij}(U, V) = \sum_{k=1}^n u_{ik} (v_{k1} + \dots + v_{kn})^{-1} v_{kj} (v_{1j} + \dots + v_{nj})^{-1} \quad (9)$$

Los coeficientes  $\tilde{a}_{ij}(U, V)$  son conocidos como coeficientes de tecnología sectorial, esto es cada uno de los sectores tiene su propia estructura de insumos. Se puede escribir en forma matricial (9) como

$$\tilde{A}(U, V) = U\tilde{V}e^{-1}V\tilde{V}^T e^{-1} \quad (10)$$

donde  $e$  es un vector unitario y  $\wedge$  establece que la matriz tiene ceros por fuera de la diagonal.

## Análisis de Multiplicadores

La matriz insumo-producto presenta de forma resumida las relaciones entre oferta y demanda inter-sectorialmente, lo que permite identificar cuáles sectores son los que tienen un mayor peso en la economía, o cómo los cambios de un sector afectan la oferta y demanda de los demás sectores o la economía en su conjunto. Para llevar a cabo este análisis se utilizan los encadenamientos o eslabonamientos sectoriales como método para analizar los efectos de cambios en la demanda final en ante cambios en los sectores, bajo dos diferentes metodologías: i) Encadenamientos directos: se busca obtener el impacto directo, de un sector sobre el resto de la economía, ii) Encadenamientos directos e indirectos (totales): muestra el efecto agregado (directo e indirecto), sobre la producción de todos los sectores, de un incremento (o disminución) de la demanda final<sup>5</sup>. Adicionalmente, estos encadenamientos se pueden ver hacia atrás y hacia adelante, esto es, un encadenamiento hacia atrás considera todos los insumos necesarios para la producción del sector, cómo afecta la demanda, mientras que un encadenamiento hacia adelante considera es todos los sectores en los cuales el sector respectivo, es utilizado como insumo, es decir, cómo afecta la oferta.

### Análisis de sensibilidad de los coeficientes

Antes de realizar los análisis de encadenamientos se quiere determinar la importancia relativa de los coeficientes, esto es, como un sector puede producir cambios importantes tanto en su producción como en su demanda. Un coeficiente  $a_{ij}$  puede ser muy grande, pero si en el sector  $j$

---


$$\tilde{A}(U, V) = U\tilde{V}e^{-1}$$

<sup>5</sup> El método de multiplicadores no incluye efectos de sustituibilidad entre insumos entre los sectores. Es decir los coeficientes de la matriz son fijos y los precios de los factores también son fijos.

tiene una producción pequeña, la influencia sobre  $i$  no es muy importante. De otra parte, el coeficiente  $a_{ij}$  puede ser muy pequeño, pero puede tener una gran impacto si la producción en el sector  $j$  es muy grande.

Para esto se sigue la metodología de desarrollada por Schintke y Stäglin (1985), Sebal (1974) y Aroche-Reyes (1996), donde un coeficiente técnico  $a_{ij}$  es importante si una variación del mismo menor que el 100% provoca un cambio mayor que un nivel prefijado  $p\%$  – suele tomarse el 0.5% ó el 1% – en la producción total de alguna de los sectores. La fórmula para obtener la sensibilidad de los coeficientes es la siguiente:

$$w_{ij}(p) = a_{ij} \left( b_{ji} p + b_{ii} \frac{X_j}{X_i} \right) \quad (6)$$

donde  $a_{ij}$  es el coeficiente técnico,  $b_{ji}$  y  $b_{ii}$  son elementos de la matriz de Leontief,  $X_j$  y  $X_i$  son las producciones respectivas de los sectores respectivos. Cuanto más alto sea el valor de  $w_{ij}$  más importante será el coeficiente  $a_{ij}$ .

También se puede definir como

$$c_{ij} = \frac{p}{w_{ij}(p)} \quad (7)$$

Por tanto, los coeficientes  $a_{ij}$  más importantes tienen un bajo  $c_{ij}$ . Si se asume que el valor de  $p$  es de 1.0%, la tasa de variación del coeficiente técnico es dada por:

$$C_{ij} = \frac{0.01}{a_{ij} \left( 0.01 b_{ji} + b_{ii} \frac{X_j}{X_i} \right)} \quad (8)$$

Por tanto, entre más importante el coeficiente técnico  $a_{ij}$ , menor es el valor de  $c_{ij}$ , al indicar la variación máxima que puede tener el coeficiente a partir de la cual se altera la producción del sector en más de un 1.0%. Después de obtener los valores de  $c_{ij}$ , entonces podemos utilizar la siguiente clasificación<sup>6</sup>:

- Coeficientes muy importantes:  $c_{ij} < 0.1$
- Coeficientes bastante importantes:  $0.1 \leq c_{ij} < 0.5$
- Coeficientes poco importantes:  $0.5 \leq c_{ij} < 1.0$
- Coeficientes no importantes:  $c_{ij} \geq 1.0$

---

<sup>6</sup> Véase Iráizoz y Gárate (1999).

Esta clasificación implica que, la presencia de un número importante de coeficientes importantes en la fila, para un determinado sector, muestra que el sector es muy importante en la producción de los otros sectores. En el caso, de que los coeficientes muy importantes se encuentren en la columna, indica que el sector induce a incrementos importantes de la producción de otros sectores para poder satisfacer su demanda de consumo intermedio.

Como se puede observar en el Cuadro 4, de los 529 multiplicadores 464 celdas intervienen en algún tipo de proceso productivo. En cuanto a los coeficientes muy importantes, estos son los que no pueden variar más de un 10% sin que varíe la producción sectorial, equivalen al 53.1% de los coeficientes, agrupando todas las transacciones del consumo intermedio

**Cuadro 4. Clasificación de los coeficientes técnicos**

	Número de Coeficientes	Participación	Participación en el Consumo Intermedio
No importante	116	21.9%	0.02%
Poco importante	17	3.2%	0.02%
Bastante importante	50	9.5%	0.20%
Muy importantes	281	53.1%	99.77%
Nulos	65	12.3%	0.0%

Cálculos del autor

### Encadenamientos productivos

Los trabajos de Rasmussen (1963), Hirschman (1961) y Chenery y Watanabe (1958), tomaron en cuenta las interrelaciones de la MIP para proponer diferentes cálculos con la idea de construir clasificaciones entre los sectores. Estos criterios están fundamentados en dos tipos de encadenamientos: i) Encadenamientos hacia atrás (*backward linkages*) miden la capacidad de un sector de arrastrar directamente a otros ligados a él, por su demanda de bienes de consumo intermedio y, estimulando, a su vez, la actividad de tales sectores y ii) Encadenamientos hacia delante (*forward linkages*) miden la capacidad de un sector de estimular a otros, en virtud de tener su capacidad de oferta.

El trabajo de Chenery y Watanabe (1958) propone el cálculo de los indicadores directos hacia atrás y hacia delante con base en los coeficientes técnicos de la MIP. De esta manera, los encadenamientos directos hacia atrás son calculados como:

$$DBL_j = \frac{\sum_i X_{ij}}{X_j} \equiv \sum_i a_{ij} \quad (9)$$

y los encadenamientos directos hacia adelante como:

$$DFL_i = \frac{\sum_j X_{ij}}{X_i} = \sum_j a_{ij} \quad (10)$$

A partir del cálculo de los encadenamientos  $DBL_j$  y  $DFL_i$ , Chenery y Watanabe proponen la siguiente clasificación:

**Cuadro 5. Tipología sectorial según Chenery y Watanabe**

	$DBL_j < \frac{\sum_j DBL_j}{n}$	$DBL_j \geq \frac{\sum_j DBL_j}{n}$
$DFL_j < \frac{\sum_j DFL_j}{n}$	No manufactureras / Destino final	Manufactureras / Destino final
$DFL_j \geq \frac{\sum_j DFL_j}{n}$	No manufactureras / Destino intermedio	Manufactureras / Destino intermedio

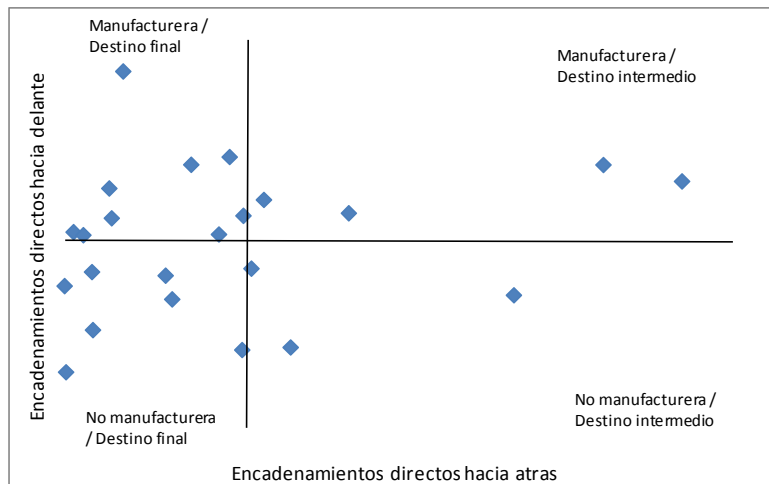
Fuente: Schuschny (2005).

- **No manufactureras / Destino final:** No compran significativamente a los demás sectores, por eso son considerados producción primaria, ni les venden sus insumos.
- **Manufactureras / Destino final:** Se trata de sectores que compran a otros sectores cantidades importantes de insumos, pero que la mayor parte de su producción se dirige a la demanda final.
- **No manufactureras / Destino intermedio:** son sectores que venden a otros, cantidades importantes de su producción, y por eso poseen altos encadenamientos hacia delante y bajos hacia atrás; corresponden a sectores de producción primaria intermedia.
- **Manufactureras / Destino intermedio:** son sectores que compran cantidades importantes de insumos, y venden su producción a otros sectores.

Como se observa en el Gráfico 1, esta la clasificación mencionada en el Cuadro 5. Como se puede apreciar muchos de los sectores orientan su producción hacia la oferta de productos finales, y no tienen gran importancia como consumo intermedio. Sin embargo los sectores de químicos electricidad y gas, maquinaria y equipo de transporte, son importantes en el sentido de que su producción está orientada, además de ser bien final, para la producción de los demás sectores en la economía (cuadrante manufacturera/destino intermedio). En este punto es muy

importante aclarar que los resultados dependen en gran parte de la agregación sectorial la cual sea utilizada.

**Gráfico 1. Tipología Sectorial (Chenery - Watanabe)**



Los ejes son el promedio de los encadenamientos (hacia atrás y hacia adelante)  
Cálculos del autor

Adicionalmente, pueden ser calculados los encadenamientos totales, esto es, los encadenamientos que además de considerar el efecto directo sobre la industria, también incorporan los efectos indirectos, dentro del efecto multiplicador. Los encadenamientos totales hacia atrás pueden ser calculados como:

$$BL_j = \sum_i b_{ij} \tag{11}$$

y el encadenamiento total hacia adelante es:

$$FL_i = \sum_j b_{ij} \tag{12}$$

Como se puede apreciar los encadenamientos totales se realizan sobre la matriz de Leontief (B). En el Cuadro 6, se presentan los encadenamientos, tantos hacia atrás como adelante, para los efectos directos e indirectos. Por ejemplo, en el caso del café podemos interpretar los encadenamientos como por cada 100 pesos adicionales en la demanda del sector: produce un

incremento de 48.74 pesos de los cuales el 20.9 pesos se debe a un efecto directo y, dados los encadenamientos del sector, y 27.84 pesos a un efecto indirecto, ahora por el lado de la oferta tenemos que el incremento de la producción del sector es de 79.23 pesos de los cuales 65.27 pesos se debe a un efecto directo, y dado los encadenamientos del sector, y 13.96 pesos a un efecto indirecto.

**Cuadro 6. Multiplicadores para Colombia 2007**

	Encadenamientos directos		Encadenamientos Totales	
	Oferta	Demanda	Oferta	Demanda
Café	65.27	20.90	79.23	48.74
Productos agrícolas	31.06	32.87	52.55	69.22
Resto de agricultura	29.18	38.77	53.20	82.89
Petróleo	51.29	20.26	103.84	35.35
Otros minerales	7.92	39.67	27.88	78.15
Café transformado	16.94	89.62	21.27	155.49
Industria de alimentos	36.58	66.37	67.63	132.16
Textiles	47.67	68.31	70.61	155.46
Vestidos y artículos de cuero	12.90	60.49	19.37	141.78
Resto de industria	178.33	62.23	379.99	133.89
Químicos y plásticos	155.63	66.33	386.66	150.56
Petróleo refinado	44.56	49.03	100.86	73.19
Maquinaria y equipo	57.56	57.64	126.02	128.01
Electricidad y gas	51.63	53.67	111.95	104.13
Agua y alcantarillado	8.18	25.22	22.17	47.31
Construcción	2.58	49.60	6.21	115.07
Obras civiles	13.61	53.06	18.65	121.20
Comercio	0.00	36.17	0.00	71.61
Transporte y comunicaciones	82.08	54.31	170.34	105.52
Servicios financieros	53.95	40.52	117.44	75.43
Otros servicios	129.76	33.89	282.80	65.34
Educación	0.42	14.73	0.81	29.68
Salud	5.43	48.85	6.37	105.65

Cálculos del autor

Como podemos apreciar que para sectores como el petróleo, restos de industria, químicos y plásticos, petróleo refinado, maquinaria y equipo, electricidad y gas, transporte y comunicaciones, servicios financieros y otros servicios, el encadenamiento total hacia atrás (demanda) duplica un choque a la demanda de 100 pesos. Desde el punto de vista de la producción esto ocurre para los sectores de café transformado, industria de alimentos, textiles,



vestidos y artículos de cuero, restos de industria, químicos y plásticos, maquinaria y equipo, electricidad y gas, construcción, obras civiles, transporte y comunicaciones y salud.

De otra parte, Rasmussen (1963) no desconoce la importancia de los encadenamientos entre las diferentes industrias, sino que adicionalmente incorpora la importancia de la difusión o dispersión, esto es el grado en que un sector puede afectar más o menos sectores, independiente del tamaño del encadenamiento. Para esto, en primera instancia, se define el poder de dispersión, esto es, cuánto es el efecto promedio de un sector hacia el resto, que resulta de un incremento unitario de la demanda final neta de importaciones de ese sector, sobre el promedio de los efectos sobre toda la economía. El cual se puede calcular como:

$$\pi_j = \frac{BL_j}{\left(\frac{\sum_j BL_j}{n}\right)} \equiv \frac{n \sum_i b_{ij}}{\sum_i \sum_j b_{ij}} \quad (13)$$

Donde  $\pi_j$  es el poder de dispersión del sector  $j$ . Para un  $\pi_j > 1$  el efecto es superior que el del promedio de la economía, mientras que si  $\pi_j < 1$  el efecto es inferior que el del promedio de la economía. La desventaja de  $\pi_j$ , es que no permite observar como los impactos se dispersan a lo largo de los sectores, y además, supone que los impactos se dispersan uniformemente a través de los sectores. Para conocer la difusión del impacto de un sector, se pueden utilizar los coeficientes de variación. Así el impacto del sector  $j$ -ésimo puede definirse como:

$$\psi_j = \frac{n}{BL_j} \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(b_{ij} - \frac{BL_j}{n}\right)^2} \quad (14)$$

Por tanto, un valor grande de  $\psi_j$  implica que el sector compra insumos de unos pocos sectores de la economía y viceversa. Cuanto menor es su valor, mayor será el impacto de la variación en la producción, dado que se dispersa entre muchos sectores y la concentración se ve reducida. El indicador muestra en qué medida el sector  $j$  pesa sobre el sistema productivo.

Finalmente, se puede definir de forma análoga al encadenamiento hacia adelante, un indicador de sensibilidad de la dispersión:

$$\tau_i = \frac{FL_i}{\left(\frac{\sum_i FL_i}{n}\right)} \equiv \frac{n \sum_j b_{ij}}{\sum_i \sum_j b_{ij}} \quad (15)$$

Para un  $\tau_i > 1$  el efecto es superior que el del promedio de la economía, mientras que si  $\tau_i < 1$  el efecto es inferior que el del promedio de la economía. El indicador muestra cuán sensible es un

sector, a cambios generales de la demanda, esto es conocer cuál sector es más sensible a cambios dados por shocks en términos de producción, empleo e ingresos.

Como hemos visto, un valor relativamente grande del poder de dispersión, indica que dicho sector pesa mucho sobre el resto de sectores. Luego, un sector de este tipo dependerá, en gran medida del resto de los sectores. Esto al menos es cierto, cuando el coeficiente de variación sea relativamente pequeño. Entonces, podemos considerar a este tipo de sector como un “sector clave”. En este sentido, un “sector clave” con un valor de grande de  $\pi_j$  y pequeño de  $\psi_j$  conduciría, en el caso de un aumento de la demanda final de sus productos, a un incremento relativamente grande de la demanda final de los demás sectores. Llamemos a estos, sectores clave Tipo A. Otra metodología que se suele emplear para identificar sectores clave, consiste en discriminar aquellos sectores, cuyos valores de  $\pi_j$  y  $\tau_i$  son ambos mayores a 1.

En el Cuadro 7 se presentan los diferentes tipos de clasificaciones relacionados con la metodología de Rasmussen. En el

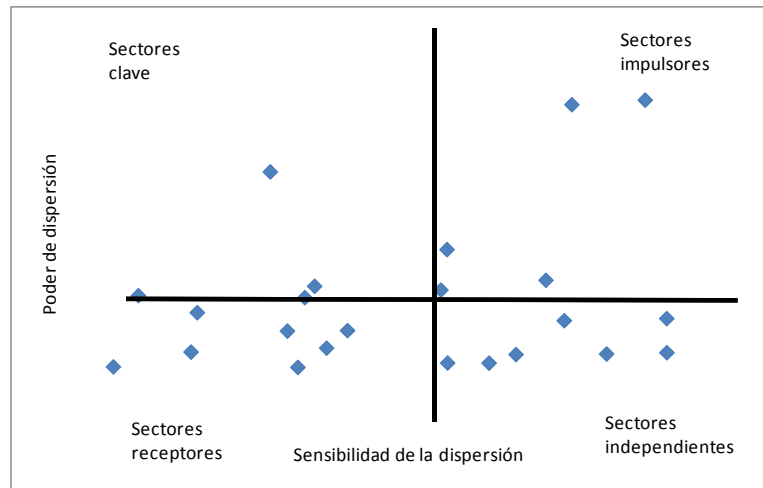
Gráfico 2, se presentan la clasificación sectorial a partir de los multiplicadores calculados anteriormente. En el cuadrante superior derecho se encuentran los “sectores impulsores”, esto es, sectores que ante una aumento de su demanda los sectores que le sirven como insumos incrementen su producción de manera importante, en el cuadrante inferior izquierdo se encuentran los “sectores receptores”, esto es, sectores que aumentan su producción ante dado un gran estímulo en la demanda, lo cual implica que son receptoras de los efectos multiplicadores de la demanda. En el cuadrante superior izquierdo se encuentran los “sectores clave”, estos son los que se comportan como impulsores y receptores. Finalmente en el cuadrante inferior derecho se encuentra los “sectores independientes”, es decir, que son sectores con pocos encadenamientos lo que hace muy difícil que los choques de demanda ejerzan alguna influencia sobre ellos.

**Cuadro 7. Tipología sectorial según Rasmussen**

Tipo A		
	$\pi_j < 1$	$\pi_j \geq 1$
$\psi_j \approx \psi_{jmin}$	Sectores de bajo arrastre disperso	Sectores Clave
$\Psi_j \gg \psi_{jmin}$	Sectores de bajo arrastre y concentrado	Sectores con arrastre concentrado
Tipo B		
	$\tau_i < 1$	$\tau_i \geq 1$
$\tau_i < 1$	Sectores estratégicos o receptores	Sectores Clave
$\tau_i \geq 1$	Sectores independientes	Sectores impulsores

Fuente: Schuschny (2005).

Gráfico 2. Tipología Sectorial (Rasmussen - tipo B)



Cálculos del autor

### Otros multiplicadores

Adicionalmente a los multiplicadores tradicionales, mencionados anteriormente, hay otros multiplicadores que son importantes tener en cuenta en el momento de hacer este tipo de análisis, como son: los multiplicadores de los salarios, que permiten observar como los sectores generan rentas a los trabajadores, los multiplicadores de empleo, que muestran como algún tipo determinado de política genera empleo, y los multiplicadores de valor agregado, ya que permite observar variaciones sectoriales del valor agregado, lo cual es una mejor medida del crecimiento de una economía, que el valor bruto de producción.

En el caso de las remuneraciones, los coeficientes se construyen como:

$$w_j = \frac{REM_j}{X_j} \quad (16)$$

El cual es el efecto directo sobre el sector, para obtener el efecto total, multiplicamos el vector de coeficientes de las remuneraciones  $w$  por la matriz  $B$ .

En el caso del valor agregado, los coeficientes se obtienen como:

$$va_j = \frac{X_j - \sum_{i=1}^n X_{ij}}{X_j} \quad (16)$$

como en el caso anterior, el efecto total se obtiene multiplicando el vector del valor agregado  $va$  por la matriz  $B$ .

En el caso del empleo es diferente porque se necesita de información externa. En este los coeficientes, para el efecto directo son se asume que son iguales a la participación del empleo en la producción sectorial. El efecto total como en los casos anteriores se calcula multiplicando el vector de coeficientes de empleo por la matriz B.

En el Cuadro 8 se presentan los multiplicadores de los efectos totales para las remuneraciones, el valor agregado y el empleo. En primer lugar vemos que por cada 100 pesos que crezca la demanda en promedio las remuneraciones crecen 0.10 pesos, para el valor agregado por cada 100 pesos que haya crecido la demanda del sector, el efecto sobre la economía es de 5.10 pesos (para el sector de químicos y plásticos) o de 1.69 pesos (sector de otros minerales). En el caso del empleo es un poco diferente ya que el cambio en la demanda debe ser de 10 millones de pesos en el sector, por ejemplo de químicos y plásticos para que la economía genere 5.10 empleos.

**Cuadro 8. Multiplicadores de remuneraciones, valor agregado y empleo**

	Remuneraciones	Valor Agregado	Empleo
Café	0.00	0.02	0.03
Productos agrícolas	0.03	0.19	0.27
Resto de agricultura	0.09	0.87	0.87
Petróleo	0.00	1.39	0.03
Otros minerales	0.02	1.69	0.24
Café transformado	0.00	0.00	0.00
Industria de alimentos	0.02	0.23	0.17
Textiles	0.02	0.22	0.16
Vestidos y artículos de cuero	0.01	0.07	0.09
Resto de industria	0.83	21.63	8.30
Químicos y plásticos	0.11	5.10	1.06
Petróleo refinado	0.00	1.95	0.01
Maquinaria y equipo	0.02	1.43	0.23
Electricidad y gas	0.01	1.30	0.09
Agua y alcantarillado	0.02	1.12	0.16
Construcción	0.00	0.06	0.03
Obras civiles	0.70	49.65	7.01
Comercio	0.00	0.00	0.00
Transporte y comunicaciones	0.09	2.01	0.88
Servicios financieros	0.05	3.63	0.53
Otros servicios	0.23	5.24	2.31
Educación	0.00	0.01	0.00
Salud	0.00	0.01	0.00

Cálculos del autor

## Conclusiones

La utilización del modelo insumo-producto es de muy fácil implementación, sin embargo la construcción de las matrices insumo-producto debe de ser muy cuidadosa, sobre todo en el caso de que exista producción secundaria en los sectores, ya que esto conlleva a que los coeficientes insumo-producto puedan ser negativos. Una de las formas de sortear este inconveniente es construir los coeficientes de manera que se utilice la información consignada en las cuentas nacionales. Para esto se siguió la metodología de estructura de costos para obtener los coeficientes de la matriz insumo-producto.

Luego se realizó un ejercicio para el cálculo tradicional de multiplicadores o encadenamientos propuesto por Chenery y Watanabe así como la metodología realizada por Rasmussen. Para esto se utilizaron las nuevas cuentas nacionales para el 2007, tomando como base el año 2000. Todos estos cálculos están sujetos a un problema de agregación de los sectores, esto es, si se hace una desagregación de uno de los es posible que los multiplicadores y las tipologías de clasificación puedan tener cambios importantes para su interpretación. Adicionalmente, se hizo un cálculo de multiplicadores, en cierta forma, no tradicionales (remuneraciones, valor agregado y empleo), que proveen más riqueza al análisis de un cambio de política económica.

## Referencias

- Aroche-Reyes, F. (1996). Important Coefficients and Structural Change: A Multi-layer Approach. *Economic Systems Research*, Vol. 8 (3), pp. 235-246.
- Chenery, H. and Watanabe, T. (1958). International comparison of the structure of production. *Econometrica*, Vol. XXVI (4), pp. 487 - 521.
- EUROSTAT (1979). *European System of Integrated Economic Accounts (ESA)*, Brussels. Office of the Official Publications of the European Communities
- Haro, R. (2008). Metodologías para la Estimación Matemática de la Matriz Insumo-Producto Simétrica: a partir de las matrices de oferta y utilización asimétricas en una economía abierta. Centro de Estudios Monetarios Latinoamericanos (CEMLA).
- Hernández, E. (2005). Un Modelo Insumo Producto (MIP) como Instrumento de Análisis Económico. Banco Central de Venezuela, Colección Economía y Finanzas, Serie Documentos de Trabajo No 69.
- Hirschman, A. (1961). *La estrategia del desarrollo económico*. Fondo de Cultura Económica, México.
- Iráizoz B. and Gárate, M. (1999). El complejo agroalimentario de Navarra. Análisis a partir de tablas input-output de 1995. *Revista de Estudios Regionales* (55), pp 193-223.
- Lahr, M. (2001). A Strategy for Producing Hybrid Regional Input-Output Tables. In *Input-Output Analysis: Frontiers and Extensions*, E. Dietzenbacher and M Lahr (eds). Palgrave.
- Lora, E. (2006). *Técnicas de Medición Económica: Metodología y aplicaciones para Colombia*. Tercera Edición, Ed. Alfaomega.
- Naciones Unidas (2000). "Manual sobre Compilación y el Análisis de los Cuadros de Insumo-Producto". Serie F, N°.74, Naciones Unidas.
- Raa, T. (2005). *The Economics of Input-Output Analysis*. Cambridge University Press.
- Randall, J. y Murray, A. (2004). Alternative Input-Output Matrix Updating Formulations. *Economic Systems Research*, Vol. 16 (2), pp. 135-148.
- Rasmussen, P.(1963). *Relaciones intersectoriales*. Editorial Aguilar, Madrid.
- Schintke, J. and Stäglin, R. (1985). Stability of Import Input Coefficients. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Vol. 251, pp. 129-139.
- Schuschny, A. (2005). "Tópicos sobre el Modelo de Insumo-Producto: Teoría y Aplicaciones", Serie de Estudios Estadísticos y Prospectivos, CEPAL, División de Estadística y Proyecciones Económicas, Santiago.
- Sebal, A. V. (1974). An Analysis of the Sensitivity of Large Scale Input-Output Models to Parametric Uncertainties. Center for Advanced Computation, No 122, University of Illinois.
- Teigeiro L. y SanJuan, J. (2008). Sectores y Clusters Claves en la Economía Española. *Información Comercial Española, Revista De Economía*, No 843, pp. 183-207.