

---

---

# ARCHIVOS DE ECONOMÍA

---

---

## Encadenamientos, Clústeres y Flujos de Trabajo en la Economía Colombiana

Julián Andrés VILLAMIL S.  
Gustavo HERNANDEZ DIAZ



**Documento 425**  
**Dirección de Estudios Económicos**  
**13 de Marzo 2015**

---

La serie ARCHIVOS DE ECONOMÍA es un medio de divulgación de la Dirección de Estudios Económicos, no es un órgano oficial del Departamento Nacional de Planeación. Sus documentos son de carácter provisional, de responsabilidad exclusiva de sus autores y sus contenidos no comprometen a la institución.

Consultar otros **Archivos de economía** en:

<https://www.dnp.gov.co/estudios-y-publicaciones/estudios-economicos/Paginas/archivos-de-economia.aspx>

<http://www.dotec-colombia.org/index.php/series/118-departamento-nacional-de-planeacion/archivos-de-economia>

# Encadenamientos, Clústeres y Flujos de Trabajo en la Economía Colombiana

Julián VILLAMIL S.\*  
Gustavo HERNÁNDEZ\*\*

## Resumen

Conocer de manera profunda las relaciones de interdependencia de la estructura económica es de gran importancia en el ejercicio de diseño de políticas económicas. Este trabajo usa el modelo insumo-producto para el análisis de impacto. Se aplican dos enfoques no usados tradicionalmente para la economía colombiana: análisis de descomposición espectral (Dietzenbacher, 1992) e identificación de clústeres (Garbellini & Wirkierman, 2014). El resultado es la construcción de indicadores de encadenamientos sin sesgo de sobrestimación o subestimación; y la identificación de clústeres de manera endógena. Adicionalmente se derivan los flujos de trabajo involucrado que se propagan a través de la red productiva. Cada uno de estos flujos se descompone en indicadores que permiten caracterizar los clústeres de acuerdo a: su cercanía con la demanda final, a su grado de cohesión con la red y a su importancia para el resto del sistema.\*\*\*

**Palabras clave:** Clústeres, Insumo Producto, Encadenamientos, Descomposición Espectral.

**Clasificación JEL:** C38, C67, E01 y B51.

---

\* Consultor de la Dirección de Estudios Económicos – DNP ([javillamil@dnf.gov.co](mailto:javillamil@dnf.gov.co) - [julavillamils@unal.edu.co](mailto:julavillamils@unal.edu.co))

\*\* Subdirector de Estudios Sectoriales y Regulación de la Dirección de Estudios Económicos – DNP. Profesor de la Universidad Nacional de Colombia ([ghernandez@dnf.gov.co](mailto:ghernandez@dnf.gov.co) - [ghernandez.mps@gmail.com](mailto:ghernandez.mps@gmail.com)).

\*\*\* Los autores agradecen los comentarios de Jesús Otero, Gabriel Piraquive, Néstor González y Carolina Lozano del DNP, e Isabella Muñoz; y, especialmente a Ariel Wirkierman de la Università Cattolica del Sacro Cuore y Nadia Garbellini de la Università degli studi Bergamo por el material aportado para la elaboración de este documento. Los comentarios y errores son responsabilidad de los autores y no comprometen a la institución en que trabajan.

# 1. Introducción

Para una economía inserta en el mundo globalizado, es cada vez más importante identificar los sectores donde existe un potencial para el aumento de la productividad, con el ánimo de poder crear los entornos adecuados y los incentivos correctos que impulsen los aumentos de productividad. En este sentido, las medidas encaminadas a procurar estos entornos para el desarrollo productivo normalmente se han enfocado al ámbito macroeconómico. Según Porter (Porter, 1990), esto le ha otorgado a la educación un papel primordial como instrumento para el desarrollo económico y social. Pero además, ha permitido que se avance en la eliminación de las barreras que restringen la competencia industrial.

Sin embargo, esto no es suficiente, la política industrial debe igualmente analizar el componente microeconómico del problema: entender las relaciones inter-industriales y el comportamiento de la firma en su entorno; establecer cuáles son los principales flujos comerciales entre industrias y determinar las fortalezas del sistema en cuanto a innovación y crecimiento. Un resultado debe ser la construcción de una topología relevante de la red productiva de una economía.

El análisis de clústeres es uno de los enfoques más usados para sintetizar las relaciones industriales. Desde principios de los noventa, esta herramienta ha sido ampliamente usada para promover el desarrollo económico regional (Titze, Brachert, & Kubis, 2010).

Si bien Porter define los clústeres como:

*“concentraciones geográficas de compañías interconectadas, proveedores especializados, servicios, firmas en industrias conectadas e instituciones asociadas (por ejemplo: universidades, agencias de estándares, asociaciones de comercio) en un sector en particular que compiten, pero que también cooperan.” (Porter, 1998)*

Existe un gran debate relacionado con la definición de este concepto<sup>1</sup>, cuya ventaja, según (Benneworth & Henry, 2004), es que reúne múltiples perspectivas, teóricas y prácticas, sobre la aglomeración industrial. Pero más allá de su definición, el clúster es un concepto asociado a un aumento de la productividad que se deriva del aprovechamiento de sinergias y economías de escala.

Para Colombia existen tres estudios relevantes para la identificación de clústeres productivos (Monitor Company Inc., 1993), (Hausmann & Klinger, 2007) y (Duque, Rey, & Gómez, 2009). El estudio de Hausmann y Klinger no es exactamente uno de identificación de clústeres productivos. El objetivo principal de los autores es diagnosticar el desempeño exportador de Colombia, determinando cuáles son las posibles oportunidades para procurar un crecimiento a partir de las exportaciones. La evaluación de los autores concluye que la actual canasta exportadora no le brinda a Colombia suficientes opciones para impulsar el crecimiento productivo.

A partir de sus resultados, los autores determinan cuáles serían los sectores más próximos a la cesta producida actualmente en el país, y que otorgan las mayores opciones de

---

<sup>1</sup> Véase (Gordon & McCann, 2000) (Malmberg & Maskell, 2002) (Benneworth & Henry, 2004) (Maskell & Malmberg, 2007) (Spencer, Vinodrai, Gertler, & Wolfe, 2010)

crecimiento: medicamentos; productos metálicos fabricados; confecciones textiles; reparaciones y construcción naval; vehículos a motor; y electrodomésticos y aparatos eléctricos.

En el tercer estudio (Duque, Rey, & Gómez, 2009) se usa la metodología de Duque y Rey (Clústeres Industriales Basados en Redes, NBIC (Duque & Rey, 2008)) para identificar clústeres. Los autores inician tomando la descripción de producción y transacción de insumos planteada en matriz Insumo-Producto (IP, en adelante) para Colombia 2005. Luego, con la ayuda de un algoritmo de reducción y partición de la red productiva, encuentran los sectores centrales a la economía junto con los flujos inter-industriales más fuertes. El resultado es la identificación de 12 clústeres industriales en la economía colombiana: construcción; industria petroquímica; transporte; comida; comercio (mayorista y minorista); servicios de educación; restaurantes; energía para industrias; banca; agricultura; energía para uso residencial y comercial; y servicios públicos.

El presente trabajo es una aproximación a la identificación de clústeres industriales para la economía colombiana usando la metodología planteada por Garbellini y Wirkierman (Garbellini & Wirkierman, 2014), basada en el algoritmo de partición espectral (APE, en adelante) de Newman (Leicht & Newman, 2008) (Newman, 2006). Bajo esta metodología, los clústeres presentes en el sistema productivo son identificados endógenamente a partir de los flujos de trabajo incorporado interindustriales. Estos clústeres agrupan las industrias de acuerdo con su grado de interacción, es decir, según el grado de encadenamientos que tengan entre ellas mismas. En este sentido, se constituyen como subconjuntos de actividades que comparten interacciones más fuertes que el promedio en la red productiva, donde cada subconjunto se reúne en una estructura significativa con características particulares (Garbellini & Wirkierman, 2014).

Comparado con (Duque, Rey, & Gómez, 2009) se presentan algunas similitudes en cuanto al uso de matrices IP y al uso de la teoría de grafos para el análisis de redes. Sin embargo, la metodología adoptada en este trabajo permite detectar clústeres usando toda la información contenida en la red productiva representada por la matriz IP, incluyendo aquellos flujos que van en doble dirección (Leicht & Newman, 2008). Además, es posible establecer interacciones intra y extra clúster: efectos *spillover* (efectos derrame) y *feedback* (efectos de retroalimentación) ante choques sobre la demanda final; jerarquías de clústeres de acuerdo a su cercanía con la demanda final; y grado de independencia (clústeres más o menos cohesionados) dentro de la red productiva.

El documento se organiza como sigue: en la sección 3) se presentan las metodologías para el cálculo de los encadenamientos, sectores clave y para la identificación de clústeres de la economía. En la sección 4), se realiza el ejercicio empírico aplicando las dos metodologías para las cuentas nacionales de Colombia. A partir de estos resultados se realiza una descripción sectorial y a nivel de clúster. Finalmente, en la sección 4,4) se hace la caracterización de los clústeres de la economía de acuerdo al rol que podrían desempeñar en el diseño de una política de desarrollo industrial.

## 2. Encadenamientos y Clústeres

Uno de los desafíos de política para el crecimiento económico es identificar sectores clave en la estructura productiva de un país. Alcanzar este propósito permite realizar políticas diferenciadas, pero logrando efectos integrales a la economía.

Aunque caracterizar sectores puede ser una tarea difícil de llevar a cabo, el modelo IP es una herramienta que permite hacerlo de forma más o menos sencilla. El eje central de este modelo son las matrices IP. En estas se presentan de forma contable la oferta y demanda de cada uno de los sectores de una economía, así como las transacciones de insumos intermedios entre ellos. Adicionalmente, existe gran cantidad de instrumentos teóricos para la síntesis y extracción de la información contenida en ellas.

Una primera aproximación al problema de identificar sectores clave es calcular índices de encadenamientos de las actividades productivas. Esto es, llevar a cabo el cálculo de cuál es el impacto de un sector sobre el resto de la economía desde dos ángulos distintos: i) hacia atrás: la capacidad de un sector de arrastrar a otros sectores que le proveen los insumos intermedios para su proceso de producción, y ii) hacia adelante: la capacidad del sector de impulsar otros sectores proporcionando los insumos intermedios necesarios.

Con los resultados de encadenamientos es posible clasificar las actividades de la economía en sectores clave (que tienen fuertes encadenamientos hacia atrás y hacia adelante), sectores de arrastre (que tienen fuertes encadenamientos solo hacia atrás), sectores impulsores (que tienen fuertes encadenamientos solo hacia adelante) y el resto de sectores (que tienen encadenamientos débiles).

Diferentes trabajos han aplicado este enfoque para caracterizar el sistema productivo colombiano. Ya sea que tomen a la economía en su conjunto<sup>2</sup> o se limiten a un sector específico<sup>3</sup>, las dos metodologías usadas son las de Chenery-Watanabe (Chenery & Watanabe, 1958), para la identificación de requerimientos directos de producción; y la de Rasmussen (Rasmussen, 1957), para la identificación de los requerimientos directos e indirectos de producción.

El presente trabajo hace uso de la metodología alternativa, planteada por Dietzenbacher, para la identificación de requerimientos directos e indirectos de producción (Dietzenbacher,

---

<sup>2</sup> (Vega, 2008), por ejemplo, encuentra poca transformación de la estructura productiva durante la apertura económica con precarios encadenamientos productivos y con ausencia de sectores clave. (Flórez, 2012), encuentra que la agenda de competitividad del Valle del Cauca está enfocada en sectores de fuerte arrastre, lo que es compatible con las metas planteadas por el gobierno a 2032. (Hernandez, 2012), construye una matriz insumo-producto para 2007, utilizando una transformación de las cuentas nacionales por medio de la estructura de costos para corregir inconsistencias sobre la clasificación de los sectores. Observa fuertes encadenamientos entre sectores como petróleo, químicos, plásticos, electricidad y gas, transporte y comunicaciones

<sup>3</sup> Para el sector minero (Martínez & Aguiar, 2013) encuentran que, aunque es un sector altamente intensivo en capital y con débiles encadenamientos, es una actividad que está lejos de ser un enclave dados sus efectos sobre producción y empleo. (Ramírez & Lesmes, 2012) destacan a la industria metalmeccánica como un gran motor de la producción de otros sectores económicos. Sus fuertes encadenamientos reflejan su capacidad para demandar gran cantidad de insumos de otras industrias y como proveedor de bienes intermedios para la producción de una gran gama de bienes finales elaborados por otros sectores. Finalmente, (Arbeláez & Sandoval, 2008) encuentran mayor importancia de los encadenamientos indirectos en la relación de Bavaria con el resto de sectores.

1992). Bajo esta perspectiva los encadenamientos de un sector se calculan como los requerimientos directos e indirectos ponderados de acuerdo al grado de interconexión cada una de las demás industrias. De esta manera, en el cálculo del indicador de encadenamientos hacia atrás de cierta industria el mayor peso le será asignado a su proveedor que tenga mayores encadenamientos hacia atrás. El cálculo se realiza recursivamente en infinitas rondas sucesivas del proceso productivo. De este modo, el indicador de encadenamientos de Dietzenbacher logra sintetizar de manera ponderada los flujos de insumos entre industrias.

Una segunda aproximación consiste en la caracterización de clústeres productivos a partir de la matriz IP. El estudio de (Duque, Rey, & Gómez, 2009) es un ejemplo de la aplicación de esta técnica para Colombia. En el presente trabajo se hace uso del algoritmo de partición espectral (APE) para redes propuesto por (Newman, 2006) y (Leicht & Newman, 2008). Esta metodología logra dividir la red en comunidades, no superpuestas, de industrias cuyas interacciones están por encima del promedio.

Si bien, un estudio de las relaciones interindustriales debe incluir los aspectos geográfico e institucional, el análisis IP tiene la ventaja de que permite construir nuevas redes sintéticas, en las cuales se condensan las interacciones de todo el sistema. Particularmente, la aplicación del APE permite cuantificar y clasificar los efectos que tienen estímulos a la demanda final sobre los clústeres identificados. (Garbellini & Wirkierman, 2014), construyen una serie de indicadores para medir tales efectos:

- Jerarquía: mide la cercanía de un clúster (o sector) con la demanda final.
- Circularidad: mide la distribución de trabajo incorporado intra y extra cluster.
- Independencia: mide los efectos *spillover* y *feedback* que puedan resultar.

A continuación se expone de manera más detallada la metodología usada para realizar el análisis IP del sistema productivo de una economía.

### 3. Metodología

En el (Cuadro 3-1) se presenta una matriz IP de forma general. Donde,  $x$  representa el vector de producción bruta total. Verticalmente la producción se obtiene como la suma de los insumos intermedios,  $X$ , más el valor agregado (factores)  $f'$ . Por filas, la producción se distribuye hacia el consumo intermedio  $X$  y hacia la demanda final  $y$ .<sup>4</sup>

**Cuadro 3-1. Matriz Insumo-Producto**

	<b>Sectores</b>	<b>Demanda Final</b>	<b>Totales</b>
Sectores Productivos	$X$	$y$	$x$
Factores	$f'$	$d$	$v'e + d$
Totales	$x'$	$e'y + d$	

Fuente: (Dietzenbacher, 1992)

<sup>4</sup> Los símbolos en negrita se refieren a matrices o vectores

La identidad IP está dada por:

$$x = Xe + y \quad 5$$

En la matriz  $X$  se representan los flujos interindustriales del sistema. Este es el punto de partida para el análisis IP de encadenamientos y clústeres, como se expone a continuación.

### 3.1 Encadenamientos Sectoriales

#### 3.1.1 Chenery-Watanabe y Rasmussen

Los trabajos de (Chenery & Watanabe, 1958), (Rasmussen, 1957) y (Hirschman, 1961) usan la matriz  $X$  transformada de donde derivan los indicadores de encadenamientos (Cuadro 3-2). Para evitar realizar supuestos poco realistas, los encadenamientos hacia atrás se calculan a partir del enfoque de demanda de Leontief y los encadenamientos hacia adelante a partir del enfoque de oferta de Ghosh (Miller & Blair, 2009)<sup>6</sup>.

**Cuadro 3-2 . Transformaciones de la Matriz IP**

		<i>Representación Matricial</i>
<i>Enfoque de Leontief</i>	<i>Matriz de coeficientes técnicos</i>	$A = X\hat{x}^{-1}$ <sup>7</sup>
	<i>Inversa de Leontief</i>	$M = (I - A)^{-1}$
<i>Enfoque de Ghosh</i>	<i>Matriz de coeficientes de asignaciones</i>	$B = \hat{x}^{-1}X$
	<i>Inversa de Ghosh</i>	$G = (I - B)^{-1}$

Fuente: (Miller & Blair, 2009)

En el (Cuadro 3-3) se muestran los dos tipos de indicadores de encadenamientos tradicionalmente usados. Los indicadores de Chenery-Watanabe miden los requerimientos directos de trabajo; es decir, la cantidad de insumos contratados directamente por algún sector para producir una unidad de su propio producto.

**Cuadro 3-3. Encadenamientos: Chenery-Watanabe y Rasmussen**

	<i>Hacia atrás</i>	<i>Hacia adelante</i>
<i>Chenery-Watanabe</i>	$e^T A$	$Be$
<i>Rasmussen</i>	$e^T M$	$Ge$

Fuente: (Miller & Blair, 2009)

Los indicadores de Rasmussen no solo miden los requerimientos directos, sino que también cuantifican los requerimientos indirectos de producción. Estos últimos se refieren a los insumos contratados indirectamente por cierto sector para producir una unidad de su propio

<sup>5</sup>  $e$  representa el vector columna  $e = [1, \dots, 1]^T$

<sup>6</sup> Tradicionalmente se usa el enfoque de Leontief para calcular los dos tipos de encadenamientos. Sin embargo, para evitar hacer el supuesto de aumentos simultáneos e iguales a una unidad en la demanda final de todos los sectores, los encadenamientos hacia adelante se calculan a partir del enfoque de Ghosh. (Véase (Miller & Blair, 2009) página 558)

<sup>7</sup> Los símbolos con acento circunflejo (^) representan matrices diagonales, con los elementos del vector correspondiente en la diagonal.  $I$  es la matriz identidad.

bien (para su producción, el sector  $i$  demanda insumos directamente al sector  $j$ ; para satisfacer esta demanda, el sector  $j$  demanda insumos al sector  $k$ ; en este proceso, el sector  $i$  demandó indirectamente insumos al sector  $k$ ). En otras palabras, los requerimientos indirectos se refieren a la demanda acumulada que ejerce un sector sobre cierto insumo, y que se calcula de forma agregada en infinitas rondas sucesivas del proceso productivo<sup>8</sup>.

Adicionalmente, Hirschman introdujo el concepto de sectores clave a partir de los indicadores normalizados de encadenamientos. De esta manera, un sector clave es aquel cuyos indicadores de encadenamientos normalizados son mayores que uno:  $E.Atrás > 1$  y  $E.Adelante > 1$ . En el Cuadro 3-4 se muestran los indicadores normalizados de encadenamientos.

**Cuadro 3-4. Encadenamientos Normalizados: Chenery-Watanabe y Rasmussen**

	<i>Hacia atrás</i>	<i>Hacia adelante</i>
<i>Chenery-Watanabe</i>	$\frac{ne^T A}{e^T Ae}$	$\frac{nBe}{e^T Be}$
<i>Rasmussen</i>	$\frac{ne^T M}{e^T Me}$	$\frac{nGe}{e^T Ge}$

Fuente: (Miller & Blair, 2009)

Donde  $n$  es el número de sectores de la economía.

### 3.1.2 Dietzenbacher: método de descomposición espectral

Una tercera aproximación para estimar indicadores de encadenamientos es la planteada por Dietzenbacher. En este enfoque los encadenamientos son calculados con el uso de los vectores propios correspondientes al autovalor dominante de las matrices  $A$  y  $B$  (Dietzenbacher, 1992):

*Cuadro 3-5. Encadenamientos Normalizados: Dietzenbacher*

	<i>Hacia atrás</i>	<i>Hacia adelante</i>
<i>Dietzenbacher</i>	$\frac{nu^T}{u^T e}$	$\frac{nz^T}{e^T z}$

Fuente: (Dietzenbacher, 1992)

En el (Cuadro 3-5) se muestran los indicadores de encadenamientos con la metodología de descomposición espectral. Donde  $u$  es el autovector por izquierda asociado al autovalor dominante de la matriz  $A$ . Y  $z$  es el autovector por derecha asociado al autovalor dominante de la matriz  $B$  (Véase el Apéndice A para una descripción más amplia de la obtención de los indicadores).

La ventaja de estos indicadores de encadenamientos con respecto a los calculados con el método de Rasmussen o de Chenery-Watanabe, es que permiten medir ponderadamente en infinitas rondas sucesivas los encadenamientos de cada sector, ya sea hacia adelante

<sup>8</sup> Matricialmente esto se tiene porque:  $M = (I - A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \dots$ . Cada término en la serie de potencias simplemente representa las magnitudes de los efectos ronda a ronda. De esta manera,  $M = (I - A)^{-1}$  representa la suma de los efectos de infinitas rondas (Véase (Miller & Blair, 2009) páginas 31-34).



o hacia atrás. De esta manera no se sobreestiman sectores con bajos encadenamientos, ni se subestiman sectores con altos encadenamientos.

## 3.2 Clústeres

### 3.2.1 Algoritmo de Partición Espectral (APE)

La identificación de clústeres se hace a partir del APE planteado en (Newman, 2006) y (Leicht & Newman, 2008). El algoritmo para dividir una red dirigida se puede resumir de la siguiente manera:

1. A partir de la red dirigida se construye una matriz de conexiones inesperadas entre cada par de sectores.
2. Se separa la red en dos clústeres, de modo que se maximice el grado de conexiones excepcionales (conexiones mayores a las esperadas entre los nodos) al interior de las clústeres. En otras palabras, se busca construir grupos de sectores que comparten un número de conexiones inesperadamente alto.
3. De manera recursiva se regresa al paso 2 y se subdividen los clústeres encontrados, cada uno en dos nuevos clústeres. El proceso continúa hasta el punto en el que subdivisiones adicionales resulten particiones triviales: un conjunto con todos los nodos del clúster y otro grupo con cero nodos. Es decir, hasta el punto en el que la actual subdivisión maximice el grado de conexiones excepcionales.

El componente de partición espectral se lleva a cabo en el paso 2. Allí, los sectores se clasifican de acuerdo al signo que tienen los elementos del autovector asociado al autovalor dominante; aquellos sectores cuyos elementos correspondientes en el autovector son positivos se asignan a una comunidad y los que son negativos a la otra comunidad. (Newman, 2006) muestra que esta sencilla aproximación es efectiva y eficiente para identificar clústeres (comunidades, como los define el autor).

Este algoritmo tiene varias ventajas con respecto a algoritmos similares y ampliamente usados. Primero, permite usar la información completa de una red dirigida: no se eliminan los flujos en doble vía. Segundo, no es necesario conocer a priori el tamaño ni el número de los clústeres, se identifican endógenamente. Finalmente, el algoritmo logra clasificar los sectores de acuerdo a qué tan cohesionados están con sus clústeres (*Véase el Apéndice B. para un descripción más detallada*).

Una vez identificados los clústeres es posible sintetizar la información sobre los flujos de trabajo involucrado en tres tipos de indicadores (Garbellini & Wirkierman, 2014). A continuación se expone la construcción de tales indicadores y la forma como estos sirven para clasificar los clústeres.

### 3.2.2 Indicadores de Jerarquía

El indicador de jerarquía mide la cercanía de un clúster (o sector) con la demanda final. Se define como la relación entre el trabajo necesario (directa e indirectamente) para producir una unidad del bien final  $i$  y el requerimiento técnico de trabajo en sector  $i$ .

Para entender mejor este concepto es útil explicar previamente la noción de subsistemas de demanda final. En palabras sencillas, estos se definen como estructuras funcionales que producen únicamente un bien final. Reúnen el conjunto de sectores que contribuyen, directa e indirectamente, a la producción del bien<sup>9</sup>. De esta manera, en una economía, existe un subsistema por cada bien final que se produce (Garbellini & Wirkierman, 2014).

Siendo esto así, un indicador de jerarquía se puede definir como la resta entre el trabajo que necesita el subsistema  $i$  para producir una unidad del bien final y el trabajo que la industria  $i$  requiere para su producción bruta:  $L^{(i)} - L_i$ .

Nótese que si  $L^{(i)} - L_i > 0$  el sector  $i$  requiere, indirectamente, de mucho más trabajo para producir su bien final de aquel que le aporta a la producción de otros subsistemas. En otras palabras, los esfuerzos del sector están más encaminados hacia la demanda final. Para el caso en el que  $L^{(i)} - L_i < 0$  el análisis es similar (Garbellini & Wirkierman, 2014).

A nivel de clúster el indicador de jerarquía se define de manera análoga:  $L^{(c)} - L_c$ . En este caso, se dice que el clúster se encuentra más o menos cercano a la demanda final.

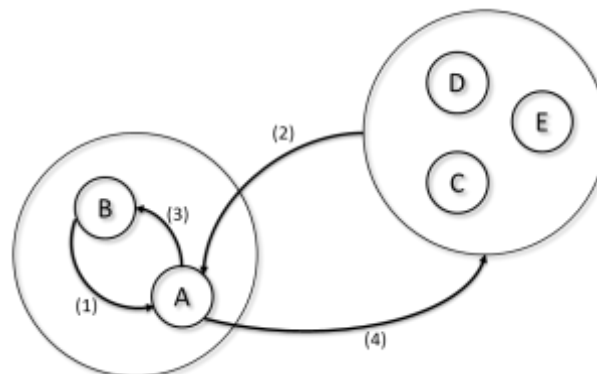
### 3.2.3 Indicadores de Circularidad

Los indicadores de circularidad miden la persistencia del trabajo dentro del clúster o su propagación hacia otros clústeres. Esta distribución se puede clasificar en cuatro componentes para cada clúster:

$$L^{(c)} - L_c = (1) + (2) + (3) + (4)$$

La **Figura 3-1** muestra cada uno de los componentes de la distribución de trabajo: (1) trabajo absorbido por cada subsistema del clúster desde otras industrias del mismo clúster, (2) trabajo absorbido por cada subsistema del clúster desde otras industrias fuera del clúster, (3) trabajo contratado directamente en cada industria del clúster que contribuye a la producción de subsistemas del mismo clúster y (4) trabajo contratado directamente en cada industria del clúster que contribuye a la producción de subsistemas fuera del clúster.

**Figura 3-1. Distribución del Trabajo Involucrado**



Fuente: (Garbellini & Wirkierman, 2014)

<sup>9</sup> En una red suficientemente interconectada todos los sectores contribuyen directa o indirectamente para la producción de cualquiera de los bienes finales.

**Cuadro 3-6. Indicadores de Circularidad**

Flujo	Indicador	Empleo proveniente de industrias:	Trabajo que va a subsistemas:	Como proporción del total de:
(1)	$\varphi_{CC} = (\mathbf{a}_{IC}^T \tilde{\mathbf{M}}_{CC} \hat{\mathbf{y}}_C) / L^{(C)}$	<i>intra-C</i>	<i>intra-C</i>	Trabajo del subsistema
(2)	$\varphi_{NC} = (\mathbf{a}_{IC}^T \mathbf{M}_{NC} \hat{\mathbf{y}}_C) / L^{(C)}$	<i>extra-C</i>	<i>intra-C</i>	Trabajo del subsistema
(3)	$\psi_{CC} = (\mathbf{y}_C^T \tilde{\mathbf{M}}_{CC} \hat{\mathbf{a}}_{IC}) / L_C$	<i>intra-C</i>	<i>intra-C</i>	Empleo de la Industria
(4)	$\psi_{CN} = (\mathbf{y}_N^T \mathbf{M}_{CN}^T \hat{\mathbf{a}}_{IC}) / L_C$	<i>intra-C</i>	<i>extra-C</i>	Empleo de la Industria

Fuente: (Garbellini & Wirkierman, 2014)

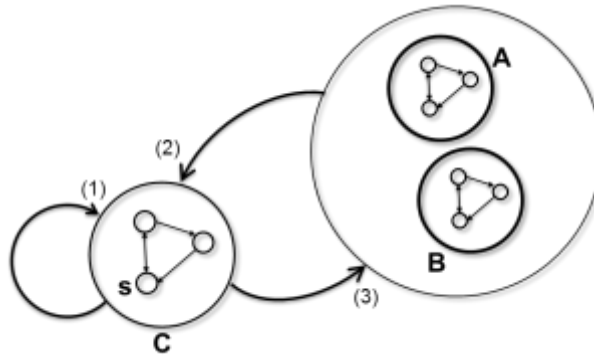
Donde  $\mathbf{a}$  es el vector de coeficientes directos de trabajo,  $\mathbf{M}$  es la inversa de Leontief y  $\mathbf{y}$  es el vector de demandas finales (Véase el Apéndice C para una descripción más amplia del cálculo de indicadores).

### 3.2.4 Indicadores de Independencia

Los indicadores de independencia permiten establecer la importancia que tiene la red productiva para cada uno de los clústeres. De forma recíproca, se puede establecer la importancia que tiene cada clúster para la red productiva. En otras palabras, los indicadores de independencia miden el grado de cohesión de los clústeres con el resto de la red. Estos indicadores señalan tres efectos:

- (1) Sinergias propias: efectos autoinducidos que no circulan por la red productiva
- (2) Efectos *spillover*: efectos inducidos sobre los demás clústeres de la red productiva
- (3) Efectos *feedback*: efectos de retroalimentación a través de la red productiva

**Figura 3-2. Sinergias, feedbacks y spillovers** <sup>10</sup>



Fuente: (Garbellini & Wirkierman, 2014)

<sup>10</sup> Las flechas indican la dirección de los insumos de producción.

En la **Figura 3-2** se muestran estos tres efectos generados por un choque sobre la demanda final del sector **s** del clúster **C**. En el primer paso la industria **s** demanda los insumos requeridos dentro del mismo clúster. Para lograr esta producción las industrias del clúster también necesitan insumos de otros clústeres, lo que deriva en un efecto *spillover* sobre la red productiva. Finalmente, el estímulo inicial se retroalimenta cuando el resto de la red productiva demanda insumos del mismo clúster **C**.

**Cuadro 3-7. Indicadores de Independencia**

Flujo	Indicador	Empleo:	Generado por:
(1)	$\omega_{CC} - \omega_{CC}^S = \frac{\mathbf{v}_{CC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}} - \frac{\mathbf{a}_{ic}^T (\mathbf{I} - \hat{\alpha}_C)^{-1} \mathbf{y}_C}{L^{(C)}}$	<i>intra-C</i>	Sinergias entre industrias dentro del clúster
(2)	$\omega_{CNC} = \frac{\mathbf{v}_{CNC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}}$	<i>intra-C</i>	<i>Feedbacks</i> , efectos que retornan luego de atravesar la red
(3)	$\omega_{NC} = \frac{\mathbf{v}_{NC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}}$	<i>extra-C</i>	<i>Spillovers</i> , efectos que se propagan al resto de la red

Fuente: (Garbellini & Wirkierman, 2014)

Donde **v** son los coeficientes de trabajo de cada subsistema, cuantifican requerimientos directos e indirectos.  $\hat{\alpha}$  es la matriz **A** en la que todos sus elementos, a excepción de la diagonal, son 0. (Véase el Apéndice C para una descripción más amplia del cálculo de indicadores).

## 4. Análisis de Resultados

Para el análisis de la estructura económica colombiana se utilizó la matriz IP de cuentas nacionales base 2005 (60 sectores)<sup>11</sup> y el vector de empleo para el mismo año, ambos elaborados por el DANE. El ejercicio se divide en tres secciones: i) cálculo de los indicadores de encadenamientos con la matriz de componente nacional de los insumos intermedios, ii) identificación de clústeres del sistema productivo de cuentas nacionales y iii) cálculo de los indicadores de jerarquía, circularidad e independencia.

### 4.1 Encadenamientos Sectoriales para Colombia

Los indicadores de encadenamientos se calcularon teniendo en cuenta los requerimientos directos e indirectos de insumos. En **Cuadro 4-1** se muestran los indicadores calculados con el método de Dietzenbacher<sup>12</sup>. Se identificaron 60 sectores: 11 sectores clave (18%),

<sup>11</sup> Debido a la ausencia de valores positivos en la columna correspondiente al sector 37 (Desperdicios y desechos), este se excluyó análisis.

<sup>12</sup> En el Apéndice B se hace una comparación entre los indicadores calculados con el método de Rasmussen y con el método de Dietzenbacher

18 con fuertes encadenamientos solo hacia atrás (23%), 14 con fuertes encadenamientos solo hacia adelante (30%) y 17 con encadenamientos débiles (28%).

A diferencia del método de Rasmussen, el método de descomposición espectral resulta más restrictivo. Con este último, sectores como los de *Molinería* y *Manufacturas de minerales no metálicos* dejan de ser sectores clave para clasificarse como sectores solo con fuertes encadenamientos hacia atrás. Actividades del sector primario como *Ganadería*, *Tabaco*, *Café* y *Pesca* ahora se clasifican como sectores con débiles encadenamientos. En resumen, con el método de Dietzenbacher se identifican menos sectores clave, pero más sectores con débiles encadenamientos (*en Apéndice D se hace una comparación completa de los indicadores de encadenamientos con los dos métodos*).

**Cuadro 4-1. Indicadores de Encadenamientos: Sectores en la Economía Colombiana. Método de descomposición espectral.**

<i>Fuertes Encadenamientos hacia Atrás</i>	<	<	<i>Sectores Clave</i>	>	>	<i>Fuertes Encadenamientos hacia Adelante</i>
Carne y Pescado	2,50					
Serv. Sociales y de Salud	2,16					
Lacteos	2,04				2,75	Auxiliar Transporte
Cuero y Calzado	2,03	1,87	Aceites	1,32	2,65	Servicios Empresariales
Hoteles y Restaurantes	1,66	1,44	Papel y Cartón	3,01	2,21	Reparación
Muebles	1,64	1,41	Madera	1,07	1,97	Finanzas Aseguración
Alimenticios	1,51	1,39	Metalurgia Básica	1,40	1,90	Extracción de Petroleo
Confitería	1,48	1,33	Maquinaria Mecánica	1,20	1,80	Transporte Acuatico
Prendas	1,47	1,22	Fibras y Tejidos	1,42	1,59	Minerales Metálicos
Molinería	1,42	1,19	Edición	2,06	1,58	Transporte Aéreo
Construcción Edificaciones	1,23	1,17	Caucho y Plástico	1,81	1,56	Silvicultura
Bebidas	1,18	1,13	Maquinaria Eléctrica	1,62	1,56	Refinación de Petroleo
Azúcar	1,15	1,11	Electricidad	3,99	1,52	Transporte Terrestre
Construcción Civil	1,13	1,06	Química	1,28	1,46	Correo y Telecom.
Esparcimiento de No-Merc.	1,13				1,26	Gas
Equipo Transporte	1,05				1,10	Minerales No-Metálicos
Artículos Textiles	1,05					
Man. Minerales No-Met.	1,02					

**Encadenamientos Débiles:** Manufactura NCP, Ganadería, Tabaco, Manufactura de Café, Esparcimiento de Mercado, Administración Pública, Pesca, Comercio, Agua, Educación de Mercado, Alcantarillado-Desperdicios, Agro, Carbón, Educación de No-Mercado, Café, Servicios Inmobiliarios y Servicio Doméstico

Fuente: DANE, Matrices de oferta y utilización y GEIH, cálculos DNP-DEE.

Clasificar sectores de esta forma permite obtener información valiosa para el diseño de la política industrial. Por ejemplo, estimular la demanda final de un sector con fuertes encadenamientos hacia atrás como el de *Lácteos* va a tener un efecto más provechoso para la economía que si el mismo estímulo se hace sobre el sector *Café*. La intuición de este resultado es que una mayor producción en el sector de *Lácteos* genera una mayor demanda intermedia sobre más sectores en la economía.

Similarmente, estimular un sector con fuertes encadenamientos hacia adelante como el de *Servicios empresariales* va a generar un efecto mucho mayor sobre la economía que si el mismo estímulo se hace sobre el sector de *Servicios inmobiliarios*. Una mayor oferta de

productos de este último sector va a afectar en menor proporción a los sectores a los cuáles les provee sus servicios.

Un estímulo preferible se debe hacer sobre sectores clave como los de *Aceites y Papel y cartón*. Es este caso se tienen las dos ventajas de un incremento en la producción de bienes finales. Por un lado, la demanda por bienes intermedios se propaga a más sectores; y por otro lado, la mayor oferta de bienes beneficia a muchos más sectores en la red (Miller & Blair, 2009).

## 4.2 Clústeres Productivos en Colombia

La anterior es la forma tradicional de clasificar la economía por sector o industria individual bajo el análisis IP. En adelante el análisis se centra en la caracterización de grupos o clústeres de sectores que conforman una red sintética estructural.

En el **Cuadro 4-2** se muestran los 9 clústeres identificados a partir de los 60 sectores de las matrices IP de cuentas nacionales: *Agricultura-alimentos*; *Industria médica-química*; *Cuero y calzado*; *Industria manufacturera-construcción*; *Electricidad*; *Confecciones y textiles*; *Servicios*; *Café*; e *Industria minero-energética*. Los nombres adoptados son etiquetas para denominar los clústeres, de ningún modo reflejan importancia de algún sector sobre los demás.

Es importante aclarar que el único criterio para ordenarlos en la cuadro es la participación de cada clúster en el PIB. Los tres clústeres: *Servicios*, *Agricultura-alimentos* e *Industria manufacturera-construcción*, reúnen entre ellos tres cuartas partes de la producción bruta de la economía colombiana. Para lograr clasificar los clústeres se recurre a los indicadores calculados en la siguiente sección.

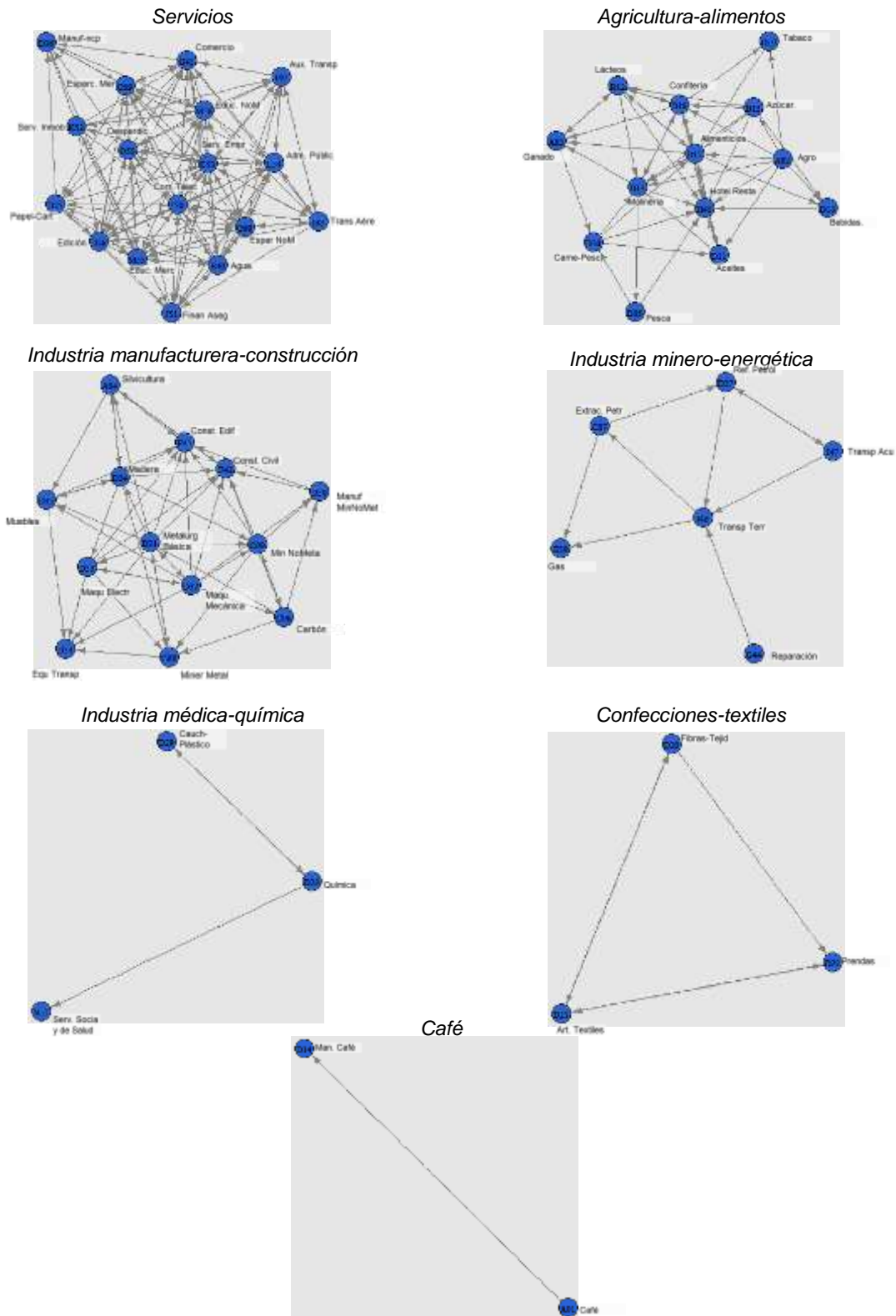
**Cuadro 4-2. Clústeres Identificados para la Economía Colombiana <sup>13</sup>**

<i>Cluster</i>	<i>No. de Sectores</i>	<i>Participación sobre el PIB</i>	<i>Sectores Involucrados</i>
<i>Servicios</i>	17	<b>40,7%</b>	Papel y cartón, Edición, Manufactura ncp, Agua, Comercio, Transporte aéreo, Servicios complementarios de transporte, Correo y telecomunicaciones, Servicios de finanzas y seguros, Servicios inmobiliarios, Servicios empresariales, Administración pública, Educación de mercado, Educación de no mercado, Desperdicios, Esparcimiento de mercado y Esparcimiento de no mercado.
<i>Agricultura-alimentos</i>	13	<b>17,3%</b>	Agricultura, Ganadería, Pesca, Carne y pescado, Procesado, Aceites, Lácteos, Molinería, Azúcar, Confitería, Alimenticios, Bebidas, Tabaco y Hoteles y restaurantes
<i>Industria manufacturera-construcción</i>	13	<b>16,0%</b>	Silvicultura, Carbón, Mineral metálicos, Minerales no metálicos, Madera, Manufacturas no metálicas, Metalurgia básica, Maquinaria y equipo, Maquinaria eléctrica, Equipo de transporte, Muebles, Edificaciones y Obras civiles
<i>Industria minero-energética</i>	6	<b>10,8%</b>	Extracción y refinación de petróleo, Gas, Reparación de automotores, Transporte terrestre y Transporte acuático
<i>Industria médica-química</i>	3	<b>7,6%</b>	Industria química, Caucho y plástico, Servicios sociales y de salud
<i>Electricidad</i>	1	<b>2,7%</b>	Energía eléctrica
<i>Confecciones-textiles</i>	3	<b>2,5%</b>	Fibras textiles, Artículos textiles y Prendas de vestir
<i>Café</i>	2	<b>1,4%</b>	Café y Trilla de café
<i>Cuero-calzado</i>	1	<b>0,5%</b>	Cuero y calzado

Fuente: Dane, Matrices de oferta y utilización y GEIH, cálculos DNP-DEE.

<sup>13</sup> Existe un clúster adicional que no se registra en el cuadro: *Servicio Doméstico*

Figura 4-1. Grafos de los clústeres identificados <sup>14</sup>



Fuente: Elaboración a partir del paquete IOUNBogota en R (Garbellini, N. & Wirkierman, A.)

<sup>14</sup> Los clústeres *Electricidad* y *Cuero-calzado* no se encuentran representados en esta figura



En el **Cuadro 4-3** se muestran resultados de identificación de clústeres en estudios anteriores. Si bien, como señala (Duque, Rey, & Gómez, 2009), dadas las metodologías y bases de datos utilizadas es difícil realizar una comparación, se puede observar la presencia de algunos clústeres similares: *Agricultura-alimentos*, *Ind. Médica-Química*, y *Electricidad*.

**Cuadro 4-3. Resultados en estudios anteriores**

<b>Monitor Company, Inc. (1993)</b>	<b>Duque, Rey y Gómez (2009)</b>	<b>Algoritmo de Partición Espectral</b>
Bienes de Capital	Construcción	Servicios
Petroquímica	Petroquímica	Agricultura-alimentos
Turismo	Transporte	Ind. manufacturera-Construcción
Frutas para jugo	Comida	Ind. minero-energética
Flores	Cultivos	Ind. médica-química
Textiles	Comercio (mayorista y minorista)	Electricidad
Artes gráficas	Servicios de Educación	Confecciones-textiles
Cuero	Restaurantes	Café
	Energía para Industrias	Cuero-calzado
	Servicios Bancarios	
	Energía - Residencial y Comercial	
	Servicios Públicos	

Fuente: (Duque, Rey, & Gómez, 2009) Tabla 6.

### 4.3 Indicadores de Distribución de Trabajo en Colombia

Además de verificar la importancia de los clústeres a partir de su peso en la producción, es posible llevar a cabo el análisis partiendo del empleo que cada clúster es capaz de absorber (o proveer) de las demás cadenas de producción. Para esto se hace uso del concepto de *trabajo involucrado en el proceso productivo*. Esto es, la producción de cada industria no está asociada únicamente al trabajo directo contratado en el mismo sector, sino que también está relacionada con el trabajo que es necesario en la producción de otros sectores que le proveen sus insumos. De esta manera, del trabajo contratado en cada sector, una parte está involucrada en la producción de bienes finales (trabajo involucrado que sale inmediatamente de la cadena productiva) y la restante está involucrada en la producción de insumos que sirven para la producción de otros sectores (trabajo involucrado que continúa en la cadena productiva).

La **Cuadro 4-4** muestra los indicadores de jerarquía. Es decir, la comparación entre el empleo involucrado absorbido por cada clúster frente al empleo realmente contratado. El clúster de servicios, por ejemplo, necesita un 35,2% del trabajo involucrado para producir su bien final, pero contrata el 41,2% del total del trabajo. En términos netos este sector provee más trabajo hacia la red productiva del que absorbe de la misma. Estos casos, donde el valor de la columna (3) es negativo (*Servicios*, *Industria minero-energética* y *Café*), hacen referencia a aquellos clústeres que son proveedores netos de trabajo a través de los insumos que le suministran a los demás sectores.

Otra forma de ver este resultado es asociar la columna (3) con la cercanía de cada clúster a la demanda final. Nótese que, para producir su bien final, un clúster como el de *Industria manufacturera-construcción* absorbe el 11,8% del trabajo involucrado, pero solo contrata el 8,8% del total del trabajo en la economía. En términos netos se puede afirmar que este clúster dedica su esfuerzo productivo más hacia la demanda final que hacia producción de insumos intermedios. De esta manera, un clúster cuyo valor de la columna (3) es positivo (que absorbe más trabajo de la red productiva del que le provee) es más cercano a la demanda final.

**Cuadro 4-4. Indicadores de Jerarquía: empleo contratado y empleo involucrado absorbido** <sup>15</sup>

	Participación Sobre el Total del Empleo		Jerarquía
	Empleo Contratado (sobre el total del empleo) (1)	Empleo Involucrado Absorbido (sobre el total del empleo) (2)	Diferencia (2) - (1) = (3)
<i>Servicios</i>	41,2%	35,2%	-5,9
<i>Agricultura-alimentos</i>	26,2%	28,8%	2,7
<i>Ind. manufacturera-construc.</i>	8,8%	11,8%	3,0
<i>Industria minero-energética</i>	5,8%	4,0%	-1,8
<i>Industria médica-química</i>	4,1%	5,4%	1,4
<i>Electricidad</i>	0,3%	0,3%	0,1
<i>Confecciones-textiles</i>	2,8%	3,3%	0,5
<i>Café</i>	5,0%	4,9%	-0,1
<i>Cuero-calzado</i>	0,3%	0,5%	0,2

Fuente: Cálculos DNP-DEE; Matrices oferta y utilización y GEIH – Dane.

Dentro de la red de clústeres construida se pueden identificar los flujos de trabajo involucrado desde y hacia los sectores dentro del clúster<sup>16</sup>. De acuerdo a las columnas (2) y (4) del **Cuadro 4-5** es claro que los clústeres *Electricidad* e *Industria minero-energética* son bastante abiertos. En el caso del *Café* se observa lo contrario, la mayor parte del trabajo requerido proviene del mismo clúster (86,0%). Además, este clúster no participa mucho con insumos para la elaboración de otros productos finales, por lo que solo provee trabajo dentro del clúster (84,2%). De esta manera se puede caracterizar cuáles son los sectores que pueden ser más dinámicos en la absorción y suministro de empleo.

De la columna (4), del mismo **Cuadro 4-5**, se destacan tres clústeres dedicados principalmente a la producción de intermedios: *Electricidad*, *Industria minero-energética* y *Servicios*. En los dos primeros alrededor del 50% del trabajo es dedicado a la producción de insumos para sectores en otros clústeres. Además, de la columna (3) del **Cuadro 4-3** se identifican los sectores más cercanos a la demanda final: *Industria manufacturera-construcción*, *Agricultura-alimentos* e *Industria médica-química*.

<sup>15</sup> Dado que el sector servicios no está incluido en los clústeres identificados, la suma de las columnas (1) y (2) no es 100%.

<sup>16</sup> El clúster *Electricidad*, que solo está compuesto del sector *Electricidad*, puede absorber y proveer trabajo únicamente desde y hacia sectores de otros clústeres. Nótese que para este clúster las columnas (1) y (3) de la Cuadro 4-5 son ambas cero. De igual manera sucede con el clúster *Cuero-calzado*.

**Cuadro 4-5. Indicadores de Circularidad: flujos de trabajo involucrado**

Clústeres	Absorción de trabajo-involucrado		Provisión de trabajo-involucrado	
	desde el clúster (% del L necesario) (1)	desde otros clústeres (% del L necesario) (2)	hacia el clúster (% del L en el clúster) (3)	hacia otros clústeres (% del L en el clúster) (4)
<i>Servicios</i>	12,6%	8,4%	10,8%	21,6%
<i>Agricultura-alimentos</i>	25,5%	15,5%	28,1%	6,9%
<i>Ind. manufacturera-const.</i>	12,3%	35,5%	16,5%	13,1%
<i>Industria minero-energética</i>	15,3%	21,9%	10,6%	46,1%
<i>Industria médica-química</i>	1,8%	36,5%	2,4%	15,1%
<i>Electricidad</i>	0,0%	60,9%	0,0%	51,5%
<i>Confecciones-textiles</i>	6,6%	25,6%	7,7%	13,5%
<i>Café</i>	86,0%	3,6%	84,2%	5,6%
<i>Cuero-calzado</i>	0,0%	52,7%	0,0%	11,9%

Fuente: Dane, Matrices de oferta y utilización y GEIH, cálculos DNP-DEE.

**Cuadro 4-6. Indicadores de Independencia: grado de cohesión de los clústeres**

Clústeres	Sinergias al interior del clúster (1)	Empleo Inducido como % del L necesario	
		En el clúster por <i>feedbacks</i> (a través de los otros clústeres) (2)	Fuera del clúster - <i>spillovers</i> (3) <sup>17</sup>
<i>Servicios</i>	11,0%	2,1%	8,4%
<i>Agricultura-alimentos</i>	25,3%	0,4%	15,5%
<i>Ind. manufacturera-const.</i>	11,9%	0,4%	35,5%
<i>Industria minero-energética</i>	15,1%	0,8%	21,9%
<i>Industria médica-química</i>	1,6%	0,3%	36,5%
<i>Electricidad</i>	0,0%	0,1%	60,9%
<i>Confecciones-textiles</i>	6,6%	0,1%	25,6%
<i>Café</i>	86,0%	0,0%	3,6%
<i>Cuero-calzado</i>	0,0%	0,0%	52,7%

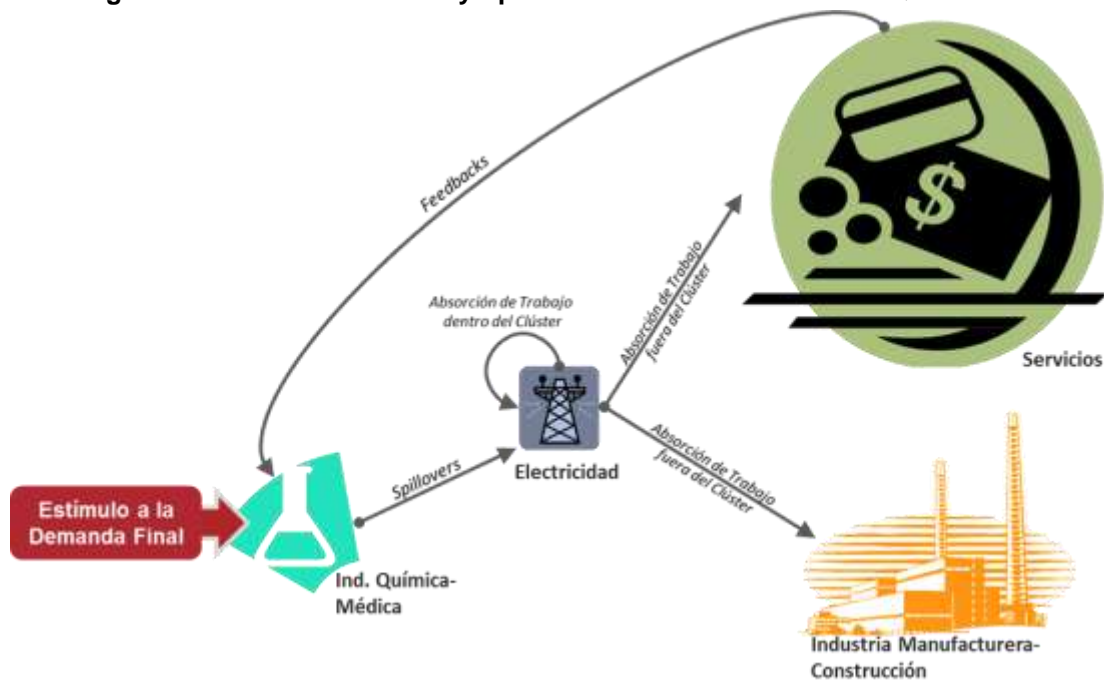
Fuente: Dane, Matrices de oferta y utilización y GEIH, cálculos DNP-DEE.

En el **Cuadro 4-6** se muestran los indicadores de independencia, que reflejan el grado de cohesión de un clúster con la red. Una política de estímulo a la demanda de los sectores con mayores *spillover* puede generar efectos amplificados sobre la estructura productiva, especialmente para los clústeres que son proveedores netos de insumos. En el ejemplo representado por la **Figura 4-2** se destaca una pequeña fracción de la red creada a partir del análisis de clústeres. Dentro de los clústeres cercanos a la demanda final, el de la *Industria médica-química* es el que presenta mayores efectos *spillover* (columna (3) **Cuadro 4-6**), de modo que un estímulo a la demanda final de sus productos finales se propaga ampliamente a lo largo de la red productiva, por ejemplo sobre el clúster de *Electricidad*. Este a su vez, como presenta una gran absorción de trabajo (a través de los insumos que

<sup>17</sup> Nótese que esta columna equivale a la columna (2) del Cuadro 4-5.

demanda) de otros clústeres (columna (2) **Cuadro 4-5**), multiplica el estímulo inicial afectando de manera amplificada a unos terceros clústeres, en este caso *Servicios* e *Industria manufacturera-construcción*. Finalmente un efecto *feedback* se genera cuando el clúster de *Servicios* absorbe trabajo desde el clúster de *Industria médica-química*. Si bien estas estructuras de red productiva son disipativas (los choques a la demanda final tienden a desaparecer a lo largo de la red), es posible generar efectos multiplicativos que permeen muchos más rincones de la cadena productiva si se aplica un estímulo a un clúster cercano a la demanda final y con fuertes efectos *spillover*.

**Figura 4-2. Efectos Feedback y Spillover de la Industria Médica-Química**



Fuente: Elaboración propia

En líneas generales los clústeres más cercanos a la demanda final son los de *Industria manufacturera-construcción*, *Agricultura-alimentos* e *Industria médica-química*. Si se realiza algún estímulo sobre la demanda de los productos finales de estos clústeres se va a generar una mayor absorción del trabajo, no solo dentro de cada clúster, sino en el sistema productivo en general. El efecto se refuerza si existen conexiones fuertes con clústeres proveedores netos de insumos, tales como el de *Servicios* o el de *Industria minero-energética*. A partir de este tipo de análisis, es posible realizar un diagnóstico de las posibilidades que afronta cada clúster:

## 4.4 Caracterización de los Clústeres

### 4.4.1 Servicios

Es el clúster con mayor número de sectores y con la mayor participación en la economía (40,7%). Aunque la mayoría de sus sectores involucrados presentan fuertes encadenamientos hacia adelante, también tiene dos sectores clave, los de Papel-Cartón y

el de Edición (**Cuadro 4-1** y **Cuadro 4-2**). Según el **Cuadro 4-4**, este es el clúster más enfocado hacia la producción de intermedios. Esto se refuerza con el hecho de que el 21,6% del trabajo en este clúster es usado para producir insumos para otros clústeres.

Lo anterior hace pensar que la actividad de los servicios se debe más al dinamismo de sectores externos, demandantes de sus productos, que a su propio impulso. Esto refuta en cierta medida la tesis de la tercerización de la economía. De acuerdo al análisis de independencia (**Cuadro 4-6**), un estímulo a la demanda final de este clúster puede generar sinergias internas que incentiven el empleo dentro del mismo clúster. Sin embargo, debido a sus bajos efectos *spillover*, es difícil que tal estímulo afecte de manera importante los demás clústeres del sistema (columna (3) **Cuadro 4-6**).

La importancia de este clúster radica en su capacidad de apoyar, a través de sus productos, todo el sistema productivo. Sus fuertes encadenamientos hacia adelante son claves para apoyar medidas emprendidas sobre la demanda de otros clústeres con encadenamientos más fuertes hacia atrás. Un aspecto importante de este clúster es que genera los mayores efectos de *feedback*.

#### 4.4.2 Agricultura-Alimentos

Este clúster tiene la segunda participación más alta dentro de la economía y cuenta con 13 sectores, dentro de los cuales, aquellos que están más cerca de la actividad primaria (Ganadería, Agricultura, Tabaco y Pesca) presentan encadenamientos muy débiles. Sin embargo, cuenta con sectores más industrializados como los de Carne y Pescado, Lácteos y Productos Alimenticios, que presentan muy fuertes encadenamientos hacia atrás. La industria de Aceites se destaca por tener fuertes conexiones hacia adelante y hacia atrás de la red productiva (**Cuadro 4-1** y **Cuadro 4-2**).

Precisamente, el hecho de que incluya estos sectores de alimentos procesados lo hace muy cercano a la demanda final (alto valor positivo en la columna (3) del **Cuadro 4-4**). A pesar de lo anterior, es un clúster muy poco cohesionado con la demás red productiva: tiene un alto grado autonomía intra-clúster y muy bajos *spillovers* (columnas (1) y (3) **Cuadro 4-6**). Además, los flujos de trabajo hacia otros clústeres y provenientes de otros clústeres son muy bajos. Del trabajo necesario para su producción final sólo el 16% lo absorbe desde otros clústeres y, del trabajo que contrata actualmente, sólo destina el 6,9% para la producción de insumos para otros clústeres.

Siendo un clúster con alta independencia, es poco adecuado para impulsar el trabajo en otros sectores de la economía. Pero, dada la gran proporción del trabajo total que contrata (26,2%), frente a la participación de su producción en el PIB (17,3%), es de fundamental importancia una política de estímulo a sus sectores. Para lograrlo se debe contar con medidas diferenciadas dirigidas exclusivamente a incentivar la demanda por los bienes finales del clúster.

#### 4.4.3 Industria Manufacturera-Construcción

En cuanto a la participación en el producto interno y el número de sectores, este clúster es muy similar al de Agricultura-Alimentos. Sin embargo, su estructura de encadenamientos difiere mucho del anterior. Incluye sectores con fuertes encadenamientos hacia adelante (Silvicultura, Minerales no-metálicos y Minerales metálicos), otros con fuertes encadenamientos hacia atrás (Muebles, Construcción de edificaciones, Construcción

civil,...) y un gran número de sectores con clave (Madera, Metalurgia básica, Maquinaria mecánica y Maquinaria eléctrica).

Este clúster reúne varias características que le dan gran importancia: i) es el clúster más cercano a la demanda final (valor más alto en la columna (3) del **Cuadro 4-4**), ii) se encuentra muy cohesionado a la red productiva (columna (2) y (4) **Cuadro 4-5**), iii) dentro de los clústeres cercanos a la demanda final, presenta muy altos efectos *spillover* (columna (3) **Cuadro 4-6**), y iv) tiene un alto grado de sinergias internas (columna (1) **Cuadro 4-6**).

Lo que estos indicadores muestran es la capacidad que tiene el clúster de la Industria manufacturera-construcción para generar externalidades positivas dentro del sistema productivo. Los estímulos que se hagan a los sectores del clúster van a generar potentes dinámicas sobre los demás clústeres de la economía y sobre él mismo. Si además se tiene en cuenta que el clúster tiene cuatro sectores clave, cobran más importancia las medidas de fomento a la demanda por bienes finales de este clúster.

Si un clúster como este, cercano a la demanda final y con altos encadenamientos hacia atrás, se conecta con uno de las características del de servicios (proveedor neto de insumos, con altos encadenamientos hacia adelante y efectos de retroalimentación), los estímulos al primero se amplifican a través de los encadenamientos del segundo. Una política eficiente de estímulo a la economía puede partir del fortalecimiento de las conexiones entre estos dos clústeres.

#### 4.4.4 Industria Minero-Energética

Esta industria contribuye en un 10,8% a la producción total de la economía, pero solo se le atribuye el 5,8% del total del trabajo contratado. Todos sus sectores presentan fuertes encadenamientos solo hacia adelante (**Cuadro 4-1** y **Cuadro 4-2**).

Es un clúster proveedor neto de insumos hacia los demás clústeres, después de Servicios, es el clúster más alejado de la demanda final (columna (3) **Cuadro 4-4**). No obstante, es de los sectores más enlazados en la cadena de producción (columnas (2) y (4) del **Cuadro 4-5**). Además, cuenta con un alto grado de sinergias internas que refuerzan los estímulos externos.

Este clúster es un nodo de amplificación dentro de la red productiva. Su alta conectividad con el sistema y las sinergias internas de sus sectores, traducen los estímulos exógenos en efectos aumentados que se propagan a más rincones de la cadena productiva. Por tal razón, es importante que cualquier política sectorial se apoye en sus cualidades para lograr impactos más eficientes.

#### 4.4.5 Industria Médica-Química

Aunque esta es una industria relativamente pequeña (la producción de sus tres sectores tiene una participación del 7,6% en el PIB), se destaca por las particularidades de su estructura productiva. Cuenta con el sector de Servicios sociales y de salud, que es el segundo sector con más fuertes encadenamientos hacia atrás. Además, sus otros dos sectores, Caucho-plástico y Química, son sectores claves.

Es el clúster cercano a la demanda final que genera más efectos *spillover* sobre el sistema productivo (columna (3) **Cuadro 4-4** y columna (3) **Cuadro 4-6**). Si bien, las dinámicas

internas al clúster no son muy significativas, su alta conectividad con los demás clústeres puede ser usada para generar efectos de grandes impactos.

Al igual que en el caso de la Industria manufacturera-construcción, la conexión de este clúster con clústeres proveedores netos de insumos, como el de Industria minero-energética, produce efectos ampliados con mayor impacto sobre el empleo y sobre la producción agregada. Mucho más, si se trata de estas dos industrias que comparten bastantes aspectos de sus cadenas productivas.

#### 4.4.6 *Electricidad*

Este clúster solo cuenta con un sector el de Electricidad, que dentro del análisis de encadenamientos se clasifica como sector clave. Su participación en el PIB es del 2,7%, pero solo contrata el 0,3% del total del trabajo. De este clúster no se puede decir que esté más cerca o más lejos de la demanda final, la cantidad de empleo que contrata es casi igual a la que necesita para realizar su producto final (**Cuadro 4-4**).

Sin embargo, este es el sector más cohesionado con la red productiva, pues absorbe una gran cantidad de trabajo desde otros clústeres, e igualmente les provee gran cantidad de trabajo (columnas (2) y (4) del **Cuadro 4-5**). Estos resultados no deben ser extraños, dada la transversalidad de este clúster en la cadena productiva de todos los sectores de la economía.

#### 4.4.7 *Confecciones-Textiles*

Este es un clúster pequeño, en número (3 sectores) y tamaño (2,5% del PIB), pero con indicadores muy buenos, similares a los del clúster de Industria Médica-Química. Al igual que este último, el rol que desempeñan las confecciones y textiles dentro de la cadena productiva es el de generar impactos fuertes ante un estímulo a la demanda final de sus productos.

#### 4.4.8 *Café*

El clúster incluye dos sectores con encadenamientos muy débiles, el sector de Café y el sector de Manufactura de café (**Cuadro 4-1** y **Cuadro 4-2**). Tiene una participación en el PIB del 1,4%, pero contrata el 5,0% del total de trabajo en la economía. Precisamente en este último punto radica su importancia, en el estímulo al empleo rural. El inconveniente es que este es el clúster con mayor grado de autonomía, sus conexiones débiles impiden que se beneficie de las externalidades generadas en otros lugares de la red productiva. De modo que se hacen necesarias políticas especiales que se dirijan únicamente al impulso de la industria cafetera. Un punto a favor de una medida en este sentido, es que este clúster presenta los mayores efectos positivos por las sinergias internas al clúster (columna (1) **Cuadro 4-6**).

#### 4.4.9 *Cuero-Calzado*

La industria del cuero y calzado es la más pequeña en este sistema de clústeres. Es un sector que tiene fuertes encadenamientos hacia atrás (**Cuadro 4-1** y columna (3) del **Cuadro 4-6**). Sin embargo, la baja provisión de trabajo hacia otros sectores (columna (4) **Cuadro 4-5**), restringe las políticas de estímulo solo a aquellas más enfocadas a aumentar la demanda final de cueros y de calzado.

## 5. Conclusiones

En este estudio se presentaron dos métodos con los que se analizó el sistema productivo de cuentas nacionales base 2005 para Colombia. El primero consistió en cálculo de los indicadores de encadenamientos con el enfoque de descomposición espectral planteado por Dietzenbacher. La ventaja de este enfoque es que el cálculo se realiza de manera ponderada en infinitas rodadas. De esta manera, no se sobreestiman (subestiman) sectores con bajos (altos) encadenamientos.

La clasificación de los sectores por encadenamientos a partir de este enfoque fue: 18% de los sectores son sectores clave, 23% de los sectores tienen fuertes encadenamientos sólo hacia atrás, 30% de los sectores tienen fuertes encadenamientos sólo hacia adelante y el restante 28% de los sectores tienen débiles encadenamientos. En comparación, el método de Rasmussen resulta más flexible para la identificación de sectores clave (25% sectores clave, 32% fuertes encadenamientos hacia atrás, 25% fuertes encadenamientos hacia adelante y 18% encadenamientos débiles).

Los 11 sectores clave que se encontraron con el enfoque de Dietzenbacher pertenecen a industrias con grados de tecnificación medio o alto: *Aceites, Papel y cartón, Madera, Metalurgia básica, Maquinaria mecánica, Fibras y tejidos, Edición, Caucho y plástico, Maquinaria eléctrica, Electricidad y Química*. Por otro lado, las actividades del sector primario agrícola, en su mayoría, pertenecen al grupo de los sectores con encadenamientos débiles: *Ganadería, Tabaco, Pesca, Agro y Café*.

La segunda aproximación para el análisis IP fue la identificación de clústeres a partir de la metodología de (Garbellini & Wirkierman, 2014) basada en el algoritmo de partición espectral propuesto por (Newman, 2006) y (Leicht & Newman, 2008). Esta metodología permite obtener endógenamente clústeres presentes en la estructura productiva de una economía, identificando los flujos de trabajo involucrado intra y extra clúster.

El resultado fue la identificación de 9 clústeres en la economía colombiana: *Servicios, Agricultura-alimentos, Industria manufacturera-construcción, Industria minero-energética, Industria médica-química, Electricidad, Confecciones-textiles, Café y Cuero-calzado*.

En líneas generales los clústeres más cercanos a la demanda final son los de *Industria manufacturera-construcción, Agricultura-alimentos* e *Industria médica-química*. Si se realiza algún estímulo sobre la demanda de los productos finales de estos clústeres se va a generar una mayor absorción del trabajo, no solo dentro de cada clúster, sino en el sistema productivo en general. El efecto se refuerza si existen conexiones fuertes con clústeres proveedores netos de insumos, tales como el de Servicios o el de Industria Minero-Energética.

Aunque la descripción del sistema productivo colombiano hecha en este trabajo provee una gran cantidad de información, un análisis más riguroso puede hacerse a partir de matrices IP más desagregadas y para distintos años de elaboración. Los futuros desarrollos incluyen la realización de ejercicios de simulación de choques de la demanda final y sus efectos a partir de los indicadores calculados. También se pretende realizar el mismo análisis para las cuentas nacionales de 2010, para lo que necesita construir un vector de empleo a 61 sectores para el mismo año.



## 6. Apéndices

### A. Método de Descomposición Espectral para el Cálculo de Encadenamientos

Siguiendo a (Dietzenbacher, 1992), se toma una generalización de los indicadores directos de Chenery-Watanabe<sup>18</sup>:

$$\mathbf{m}_1^T = \frac{n\mathbf{r}^T \mathbf{A}}{\mathbf{r}^T \mathbf{A} \mathbf{e}}$$

donde  $\mathbf{m}_1^T$  es el indicador generalizado de encadenamientos hacia atrás de Chenery-Watanabe, ponderado por el vector de pesos  $\mathbf{r}^T (> 0)$ . Como en  $\mathbf{m}_1^T$  están los indicadores de encadenamientos, se puede usar este vector como ponderador. De esta manera, se le asigna un mayor peso a los sectores que tienen más encadenamientos hacia atrás. Así:

$$\mathbf{m}_2^T = \frac{n\mathbf{m}_1^T \mathbf{A}}{\mathbf{m}_1^T \mathbf{A} \mathbf{e}} = n \frac{n\mathbf{r}^T \mathbf{A}^2 / \mathbf{r}^T \mathbf{A} \mathbf{e}}{n\mathbf{r}^T \mathbf{A}^2 \mathbf{e} / \mathbf{r}^T \mathbf{A} \mathbf{e}} = \frac{n\mathbf{r}^T \mathbf{A}^2}{\mathbf{r}^T \mathbf{A}^2 \mathbf{e}}$$

Ahora,  $\mathbf{m}_2^T$  proporciona información sobre los encadenamientos en dos rondas sucesivas de producción. Entonces, resulta ser un mejor indicador de los encadenamientos. De manera que es razonable usarlo como vector de pesos. Recursivamente:

$$\mathbf{m}_k^T = \frac{n\mathbf{m}_{k-1}^T \mathbf{A}}{\mathbf{m}_{k-1}^T \mathbf{A} \mathbf{e}} = \frac{n\mathbf{r}^T \mathbf{A}^k}{\mathbf{r}^T \mathbf{A}^k \mathbf{e}}$$

Finalmente, aceptando que  $\mathbf{A}$  es una matriz primitiva y cuyo autovalor dominante es  $\lambda (> 0)$ , se puede hacer uso de la siguiente propiedad:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{A}^k}{\lambda^k} = \frac{\mathbf{w}\mathbf{u}^T}{(\mathbf{e}^T \mathbf{w})(\mathbf{u}^T \mathbf{e})}$$

Donde  $\mathbf{w}$  es el autovector por derecha y  $\mathbf{u}$  es el autovector por izquierda asociados al autovalor  $\lambda$ .

Entonces, se tiene que:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{m}_k^T = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{n\mathbf{r}^T \mathbf{A}^k}{\mathbf{r}^T \mathbf{A}^k \mathbf{e}} = \frac{n\mathbf{u}^T (\mathbf{r}^T \mathbf{w}) / (\mathbf{e}^T \mathbf{w})(\mathbf{u}^T \mathbf{e})}{(\mathbf{u}^T \mathbf{e})(\mathbf{r}^T \mathbf{w}) / (\mathbf{e}^T \mathbf{w})(\mathbf{u}^T \mathbf{e})} = \frac{n\mathbf{u}^T}{\mathbf{u}^T \mathbf{e}}$$

Pero esto, sencillamente, es el autovector por izquierda normalizado<sup>19</sup>.

Para el cálculo del indicador de encadenamientos hacia adelante se sigue un procedimiento análogo, pero partiendo del indicador de encadenamientos hacia delante de Chenery-Watanabe que usa la matriz  $\mathbf{B}$ .

### B. Algoritmo de Partición Espectral (APE): (Newman, 2006) y (Leicht & Newman, 2008)

Para una red dirigida, la función de este algoritmo es determinar la existencia de divisiones naturales de vértices en comunidades (clústeres) no superpuestas. Adicionalmente se tiene

<sup>18</sup> Partiendo de los indicadores de Rasmussen se llega al mismo resultado que con Chenery-Watanabe (Véase (Dietzenbacher, 1992))

<sup>19</sup> Nótese que el indicador de encadenamientos hacia atrás no depende de  $(\mathbf{r}^T)$ . De manera que este vector de ponderaciones iniciales se puede escoger arbitrariamente.

la ventaja de que no es necesario conocer a priori el tamaño ni el número de las dichas comunidades (Newman, 2006).

La idea central de este algoritmo es que una forma altamente eficiente de identificar comunidades es organizar la red en grupos cuyas conexiones internas sean mucho más altas a las que se esperarían por el puro azar. En lenguaje formal, esto se traduce en maximizar la modularidad ( $Q$ ) de la red (Newman, 2006):

$Q = (\text{ejes al interior de las comunidades}) - (\text{ejes esperados al interior de las comunidades})$

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{ij} \left[ D_{ij} - \frac{k_i^{in} k_j^{out}}{m} \right] (s_i s_j + 1) = \frac{1}{2m} \mathbf{s}^T (\mathbf{R}) \mathbf{s}$$

Donde:  $D$  es la matriz de adyacencia, muestra las conexiones entre cada par de nodos (en el caso de cuentas nacionales se usó la matriz IP:  $X$ );  $m$  es el peso total de todas las conexiones de la red;  $k^{in}$  es el peso total de los links que salen de un vértice;  $k^{out}$  es el peso total de los links que entran a un vértice;  $s$  es un vector de elementos  $s_i$ , cuyo valor es +1 si el vértice  $i$  es asignado a la comunidad 1, y -1 si es asignado a la comunidad 2; y

$\mathbf{R} = D_{ij} - \frac{k_i^{in} k_j^{out}}{m}$  es la matriz de modularidad.

Nótese que en  $\mathbf{R}$  se encuentra la información sobre conexiones inesperadas: la diferencia entre el peso de una conexión realmente existente entre dos vértices y el peso esperado de una conexión entre los mismos vértices.

Para poder usar la información completa de la dirección de los flujos en una red dirigida, se usa la matriz simétrica generalizada:  $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \mathbf{R}^T$  (Leicht & Newman, 2008). El objetivo es entonces encontrar  $s$  de manera que se maximice  $Q$  para un  $\tilde{\mathbf{R}}$  dado en:

$$Q = \frac{1}{4m} \mathbf{s}^T (\tilde{\mathbf{R}}) \mathbf{s}$$

Teniendo lo anterior en cuenta, el algoritmo inicia dividiendo la red en solo dos comunidades. Newman (2006) encuentra que la forma más eficiente de maximizar  $Q$  es agrupar los vértices de acuerdo al signo del elemento correspondiente en el autovector asociado al autovalor dominante de la matriz  $\tilde{\mathbf{R}}$ , los positivos en una comunidad y los negativos en la otra. De esta manera se encuentra una agrupación que incrementa la modularidad de la red. Ahora, es posible aplicar el mismo procedimiento sobre cada uno de los dos grupos encontrados anteriormente y verificar si esto aumenta el valor de  $Q$ .

En líneas generales el algoritmo es de la siguiente manera:

- 1) Construir la matriz de modularidad,  $\mathbf{R}$ , para la red.
- 2) A partir de esta, calcular la matriz simétrica  $\tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} + \mathbf{R}^T$ .
- 3) Hallar el autovalor dominante de  $\tilde{\mathbf{R}}$ , junto con su autovector asociado.
- 4) Subdividir los vértices en dos comunidades de acuerdo al signo del elemento correspondiente en el autovector.
- 5) Aplicar el paso 4) para subdividir cada una de las comunidades encontradas.
- 6) Continuar el proceso de subdivisión hasta que el algoritmo no encuentre particiones adicionales.

Las comunidades que se hayan identificado hasta la última subdivisión constituyen la agrupación que maximiza la modularidad (Leicht & Newman, 2008).

### C. Cálculo de Indicadores de Jerarquía, Circularidad e Independencia

#### a. Indicadores de jerarquía

Siguiendo la metodología de (Garbellini & Wirkierman, 2014). Se parte de la identidad IP:  $\mathbf{x} = \mathbf{X}\mathbf{e} + \mathbf{y}$ , para llegar a:  $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} = \mathbf{M}\mathbf{y}$

De esta manera, se puede hacer una partición de  $\mathbf{x}$  para hacer una aproximación al concepto de subsistema:  $\mathbf{x}^{(i)} = \mathbf{M}\mathbf{y}^{(i)}$ ,  $i = 1, \dots, n$

Donde  $\mathbf{y}^{(i)} = \mathbf{e}_i y_i$  <sup>20</sup>. En esta ecuación  $\mathbf{x}^{(i)}$  representa las cantidades necesarias (directa e indirectamente) de cada sector para producir  $\mathbf{y}^{(i)}$ . En otras palabras, la inversa de Leontief,  $\mathbf{M}$ , es un operador que transforma industrias en subsistemas.

Para poder construir indicadores sintéticos todos los flujos entre sectores se traducen a una única unidad. De esta manera, el análisis se centra en los requisitos directos e indirectos de trabajo. Siendo los coeficientes directos de trabajo:  $\mathbf{a}_i^T = \mathbf{l}^T \hat{\mathbf{x}}^{-1}$  <sup>21</sup>

Donde  $\mathbf{l}^T$  es el vector de empleo de la industria. Se puede calcular:

$$L_i = \mathbf{a}_i^T \hat{\mathbf{x}} \mathbf{e}_i = a_i x_i \quad \leftarrow \text{Requerimientos directos de trabajo de cada industria } i \text{ para producir el producto bruto } x_i$$

$$L^{(i)} = \mathbf{a}_i^T \hat{\mathbf{x}}^{(i)} = \mathbf{a}_i^T \mathbf{M}\mathbf{y}^{(i)} = v_i y_i \quad \leftarrow \text{Requerimientos de trabajo del subsistema asociado para producir la demanda final } y_i$$

Así, se tiene que:  $\mathbf{v}^T = \mathbf{a}_i^T \mathbf{M}$ , mide los requerimientos directos e indirectos de trabajo por unidad de demanda final. En resumen:

$$\mathbf{l}^T = \mathbf{a}_i^T \hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^T \hat{\mathbf{a}}_i = \mathbf{y}^T \mathbf{M}^T \hat{\mathbf{a}}_i \quad \leftarrow \text{Todos los } L_i$$

$$\mathbf{l}_v^T = \mathbf{v}^T \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{a}_i^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{y}} \quad \leftarrow \text{Todos los } L^{(i)}$$

El indicador de jerarquía se define como la cercanía relativa de un sector (o clúster) a la demanda final:  $L^{(C)} - L_C$ . Y, de forma agregada:

$$\mathbf{l}_v^T - \mathbf{l}^T.$$

#### b. Indicadores de circularidad

Analizando todos los flujos de trabajo involucrado:

$$\mathbf{l}_v^T - \mathbf{l}^T = \mathbf{a}_i^T \mathbf{M} \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}^T \mathbf{M}^T \hat{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i^T \tilde{\mathbf{M}} \hat{\mathbf{y}} + \mathbf{a}_i^T \hat{\mu} \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}^T \tilde{\mathbf{M}}^T \hat{\mathbf{a}}_i - \mathbf{y}^T \hat{\mu}^T \hat{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i^T \tilde{\mathbf{M}} \hat{\mathbf{y}} - \mathbf{y}^T \tilde{\mathbf{M}}^T \hat{\mathbf{a}}_i \quad 22$$

<sup>20</sup>  $\mathbf{e}_i$  es un vector cuyo único elemento distinto de cero es el elemento  $i$ :  $\mathbf{e}_i^T = [0, \dots, 1_i, \dots, 0]^T$

<sup>21</sup> Los símbolos con acento circunflejo (^) representan matrices diagonales, con los elementos del vector correspondiente en la diagonal.

<sup>22</sup>  $\mathbf{a}_i^T \hat{\mu} \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}^T \hat{\mu}^T \hat{\mathbf{a}}_i$

En esta última ecuación la matriz  $\mathbf{M}$  se fracciona de modo que:  $\mathbf{M} = \tilde{\mathbf{M}} + \hat{\boldsymbol{\mu}}$ . Donde  $\tilde{\mathbf{M}}$  es la matriz  $\mathbf{M}$  con los elementos de la diagonal iguales a 0 y  $\hat{\boldsymbol{\mu}}$  es la matriz  $\mathbf{M}$  en la que todos sus elementos, a excepción de la diagonal, son 0.

Como ya se dijo en el *Apéndice B*, el APE identifica clústeres no sobrepuestos. Entonces, la ecuación anterior se puede expresar en forma de matrices particionadas, separando las industrias pertenecientes al clúster ( $C$ ) y las que no pertenecen al clúster ( $N$ ):

$$[\mathbf{l}_{vC}^T - \mathbf{l}_C^T \quad \mathbf{l}_{vN}^T - \mathbf{l}_N^T] = [\mathbf{a}_{iC}^T \quad \mathbf{a}_{iN}^T] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{CC} & \mathbf{M}_{CN} \\ \mathbf{M}_{NC} & \tilde{\mathbf{M}}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_C & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{y}}_N \end{bmatrix} - [\mathbf{y}_C^T \quad \mathbf{y}_N^T] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{CC}^T & \mathbf{M}_{NC}^T \\ \mathbf{M}_{CN}^T & \tilde{\mathbf{M}}_{NN}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{a}}_{iC} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \hat{\mathbf{a}}_{iN} \end{bmatrix}$$

Ahora bien, como el centro del análisis es el clúster, se puede simplemente ignorar el segundo elemento del vector y computar:

$$L^{(C)} - L_C = \mathbf{l}_{vC}^T - \mathbf{l}_C^T = \mathbf{a}_{iC}^T \tilde{\mathbf{M}}_{CC} \hat{\mathbf{y}}_C + \mathbf{a}_{iC}^T \mathbf{M}_{NC} \hat{\mathbf{y}}_C - \mathbf{y}_C^T \tilde{\mathbf{M}}_{CC}^T \hat{\mathbf{a}}_{iC} - \mathbf{y}_N^T \mathbf{M}_{CN}^T \hat{\mathbf{a}}_{iC} \quad (1) \quad (2) \quad (3) \quad (4)$$

### c. Indicadores independencia

Partiendo de:

$$\mathbf{v}^T = \mathbf{a}_i^T \mathbf{M} = \mathbf{a}_i^T (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{a}_i^T (\mathbf{I} + \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}) = \mathbf{a}_i^T + \mathbf{a}_i^T \mathbf{H}$$

Donde  $\mathbf{H} = \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ . Es la matriz de capacidades productivas. Dada la redistribución no superpuesta de sectores en clústeres:

$$[\mathbf{v}_C^T - \mathbf{v}_N^T] = [\mathbf{a}_{iC}^T \quad \mathbf{a}_{iN}^T] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{M}}_{CC} & \mathbf{M}_{CN} \\ \mathbf{M}_{NC} & \tilde{\mathbf{M}}_{NN} \end{bmatrix} = [\mathbf{a}_{iC}^T \quad \mathbf{a}_{iN}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{I} - \mathbf{A}_{CC} & -\mathbf{A}_{CN} \\ -\mathbf{A}_{NC} & \mathbf{I} - \mathbf{A}_{NN} \end{bmatrix}^{-1}$$

Aplicando la fórmula de inversión de Banachiewicz (Véase (*Garbellini & Wirkierman, 2014*) *Apéndice B*):

$$\mathbf{v}_C^T = \mathbf{v}_{CC}^T + \mathbf{v}_{CNC}^T + \mathbf{v}_{NC}^T$$

$$\mathbf{v}_{CC}^T = \mathbf{a}_{iC}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CC})^{-1}$$

$$\mathbf{v}_{CNC}^T = \mathbf{a}_{iC}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CC})^{-1} \mathbf{H}_{CN} \mathbf{H}_{NC} (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{CN} \mathbf{H}_{NC})^{-1}$$

$$\mathbf{v}_{NC}^T = \mathbf{a}_{iN}^T (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{NN})^{-1} \mathbf{H}_{CN} (\mathbf{I} - \mathbf{H}_{CN} \mathbf{H}_{NC})^{-1}$$

$$\text{Donde: } \mathbf{H}_{CN} = \mathbf{A}_{CN} (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{NN})^{-1} \quad \text{y}$$

$$\mathbf{H}_{NC} = \mathbf{A}_{NC} (\mathbf{I} - \mathbf{A}_{CC})^{-1}$$

En este caso  $\mathbf{v}_{CC}^T$  contiene los efectos que permanecen al interior del clúster,  $\mathbf{v}_{CNC}^T$  contiene los efectos *spillover* y  $\mathbf{v}_{NC}^T$  contiene los efectos *feedback*.

Sabiendo que  $\mathbf{l}_v^T = \mathbf{v}^T \hat{\mathbf{y}}$  y calculando sobre subsistemas:  $L^{(C)} = \mathbf{v}_C^T \mathbf{y}_C$ . De esta manera:

$$\frac{\mathbf{v}_C^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}} = \frac{\mathbf{v}_{CC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}} + \frac{\mathbf{v}_{CNC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}} + \frac{\mathbf{v}_{NC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}} = \omega_{CC} + \omega_{CNC} + \omega_{NC} = 1$$

Sin embargo, el primer indicador,  $\omega_{CC}$ , se debe corregir para eliminar el componente de autoconsumo de cada sector. De esta manera, se plantea:

$$\omega_{CC} - \omega_{CC}^S = \frac{\mathbf{v}_{CC}^T \mathbf{y}_C}{L^{(C)}} - \frac{\mathbf{a}_{iC}^T (\mathbf{I} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}_C)^{-1} \mathbf{y}_C}{L^{(C)}}$$

Aquí,  $\omega_{CC}^S$  mide los efectos de autoconsumo.  $\hat{\alpha}$  es la matriz  $A$  a la que todos sus elementos, a excepción de la diagonal, son 0. (Véase (Garbellini & Wirkierman, 2014) *página 67*). Entonces, el término  $(I - \hat{\alpha}_C)^{-1}$  mide únicamente los requerimientos del consumo propio de un sector en particular.

## D. Comparación de los Indicadores de Encadenamientos

Cuadro 6-1 . Indicadores de Encadenamientos Rasmussen vs. Dietzenbacher

Método Normalizado de Rasmussen				Método de Eigenectores			
Sector	Tipo	BL	FL	Sector	Tipo	BL	FL
Aceites	KS	1,22	1,11	Aceites	KS	1,87	1,32
Madera	KS	1,15	1,36	Papel y cartón	KS	1,44	3,01
Papel y cartón	KS	1,15	1,40	Madera	KS	1,41	1,07
Molinería	KS	1,15	1,08	Metalurgia básica	KS	1,39	1,40
Metalurgia básica	KS	1,13	1,21	Maquinaria mecánica	KS	1,33	1,20
Fibras y tejidos	KS	1,09	1,34	Fibras y tejidos	KS	1,22	1,42
Maquinaria mecánica	KS	1,07	1,06	Edición	KS	1,19	2,06
Edición	KS	1,07	1,29	Caucho y plástico	KS	1,17	1,81
Caucho y plástico	KS	1,06	1,30	Maquinaria eléctrica	KS	1,13	1,62
Manufactura min-no-met	KS	1,06	1,25	Electricidad	KS	1,11	3,99
Transporte acuático	KS	1,04	1,16	Química	KS	1,06	1,28
Química	KS	1,03	1,09				
Maquinaria eléctrica	KS	1,02	1,21	Carne y pescado	SB	2,50	0,30
Transporte aéreo	KS	1,02	1,10	Serv. sociales y de salud	SB	2,16	0,26
Electricidad	KS	1,02	1,35	Lácteos	SB	2,04	0,22
				Cuero y calzado	SB	2,03	0,27
Carne y pescado	SB	1,44	0,82	Hoteles y restaurantes	SB	1,66	0,40
Lácteos	SB	1,35	0,74	Muebles	SB	1,64	0,29
Manufactura café	SB	1,28	0,72	Alimenticios	SB	1,51	0,41
Azúcar	SB	1,19	0,95	Confitería	SB	1,48	0,30
Confitería	SB	1,19	0,75	Prendas	SB	1,47	0,26
Cuero y calzado	SB	1,18	0,78	Molinería	SB	1,42	0,74
Muebles	SB	1,17	0,83	Construcción de edif.	SB	1,23	0,16
Alimenticios	SB	1,17	0,86	Bebidas	SB	1,18	0,38
Hoteles y restaurantes	SB	1,16	0,74	Azúcar	SB	1,15	0,79
Serv. sociales y de salud	SB	1,16	0,85	Construcción civil	SB	1,13	0,27
Prendas	SB	1,14	0,77	Esparcimiento-no-merc	SB	1,13	0,26
Esparcimiento-no-merc	SB	1,07	0,70	Equipo de transporte	SB	1,05	0,46
Bebidas	SB	1,07	0,84	Artículos textiles	SB	1,05	0,68
Construcción civil	SB	1,05	0,70	Manufactura min-no-met	SB	1,02	0,84
Construcción de edif.	SB	1,05	0,68				
Artículos textiles	SB	1,03	0,95	Auxiliar de Transporte	SF	0,88	2,75
Tabaco	SB	1,03	0,64	Servicios Empresariales	SF	0,48	2,65
Equipo de transporte	SB	1,02	0,80	Reparación	SF	0,76	2,21
Manufactura-ncp	SB	1,01	0,83	Finanzas y Aseguración	SF	0,57	1,97
				Extracción de petróleo	SF	0,22	1,90
Servicios Empresariales	SF	0,82	1,51	Transporte acuático	SF	0,85	1,80
Auxiliar de Transporte	SF	1,00	1,38	Minerales metálicos	SF	0,77	1,59
Minerales no metálicos	SF	0,77	1,34	Transporte aéreo	SF	0,86	1,58
Silvicultura	SF	0,77	1,32	Silvicultura	SF	0,38	1,56
Reparación	SF	0,91	1,30	Refinación de petróleo	SF	0,34	1,56
Café	SF	0,69	1,25	Transporte terrestre	SF	0,65	1,52
Finanzas y Aseguración	SF	0,88	1,21	Correo y telecom.	SF	0,83	1,46
Ganadería	SF	0,93	1,19	Gas	SF	0,58	1,26
Transporte terrestre	SF	0,94	1,12	Minerales no metálicos	SF	0,42	1,10
Minerales metálicos	SF	0,91	1,12				
Gas	SF	0,98	1,11	Manufactura-ncp	LL	0,99	0,48
Refinación de petróleo	SF	0,91	1,08	Ganadería	LL	0,99	0,60
Pesca	SF	0,86	1,08	Tabaco	LL	0,95	0,13
Extracción de petróleo	SF	0,75	1,05	Manufactura café	LL	0,85	0,11
Correo y telecom.	SF	0,98	1,04	Esparcimiento-merc	LL	0,80	0,96
				Administración pública	LL	0,76	0,09
Esparcimiento-merc	LL	0,93	0,93	Pesca	LL	0,72	0,54
Administración pública	LL	0,91	0,63	Comercio	LL	0,64	0,82
Comercio	LL	0,89	0,94	Aqua	LL	0,63	0,99
Aqua	LL	0,86	0,93	Educación-merc	LL	0,58	0,05
Desperdicios	LL	0,85	0,89	Desperdicios	LL	0,55	0,87
Educación-merc	LL	0,84	0,63	Agro	LL	0,50	0,73
Agro	LL	0,82	0,97	Carbón	LL	0,48	0,25
Carbón	LL	0,80	0,67	Educación-no-merc	LL	0,36	0,06
Educación-no-merc	LL	0,73	0,62	Café	LL	0,25	0,26
Servicios inmobiliarios	LL	0,68	0,82	Servicios inmobiliarios	LL	0,20	0,65
Servicio doméstico	LL	0,59	0,60	Servicio doméstico	LL	0,00	0,00

KS= Sector Clave

SF = Fuertes Encadenamientos hacia Adelante

SB=Fuertes Encadenamientos hacia Atrás

LL=Encadenamientos Débiles

## 7. Referencias

- Arbeláez, M. A., & Sandoval, C. E. (2008). *Contribución de la operación de Bavaria S.A. en la Economía Colombiana*. Fedesarrollo.
- Benneworth, P., & Henry, N. (2004). Where Is the Value Added in the Cluster Approach? Hermeneutic Theorising, Economic Geography and Clusters as a Multiperspectival Approach. *Urban Studies*, 41(5/6), 1011-1023.
- Chenery, H., & Watanabe, T. (1958). International Comparison of the Structure of Production. *Econometrica*, 26(4), 487-521.
- Dietzenbacher, E. (1992). The Measurement of Interindustry Linkages: key sectors in the Netherlands. *Economic Modelling*, 9(4), 419-437.
- Duque, J. C., & Rey, S. (2008). A Network Based Approach Towards Industry Clustering. In U. Blien, & G. Maier, *The Economics of Regional Clusters: Networks, Technology and Policy*. Edward Elgar Publishing.
- Duque, J. C., Rey, S., & Gómez, D. (2009, Junio). Identifying Industry Clusters in Colombia Based on Graph Theory. *Ensayos Sobre Política Económica*, 27(59), 14-45.
- Flórez, J. (2012). Análisis de Impacto de la Agenda de Competitividad sobre el PIB y el Empleo: una mirada desde la matriz insumo producto. *Economía Gestión y Desarrollo*(13), 39-70.
- Garbellini, N., & Wirkierman, A. (2014, March). Blocks and Circularity in Labor Requirements: An interplay between clusters and subsystems in EU. *Structural Change and Economic Dynamics*, 28, 60-74.
- Gordon, I., & McCann, P. (2000). Industrial Clusters: Complex, Agglomeration and/or Social Networks? *Urban Studies*, 37(3), 513-532.
- Hausmann, R., & Klinger, B. (2007). *Achieving Export-Led Growth in Colombia*. Reporte Técnico, Quantum Advisory Group.
- Hernandez, G. (2012). Matrices Insumo-Producto y Análisis de Multiplicadores: una aplicación para Colombia. *Revista de Economía Institucional*, 14(26), 203-221.
- Hirschman, A. (1961). *La Estrategia del Desarrollo Económico*. México: Fondo de la Cultura Económica.
- Leicht, E., & Newman, M. (2008, Marzo). Community structure in directed networks. *Physical Review Letters*, 100.
- Malmberg, A., & Maskell, P. (2002). The Elusive Concept of Localization Economies: towards a knowledge-based theory of spatial clustering. *Environment and Planning A*, 34(3), 429-449.
- Martínez, A., & Aguiar, T. (2013). Estudio sobre los Impactos Socioeconómicos del Sector Minero en Colombia: encadenamientos sectoriales. *Cuadernos de Fedesarrollo*(47).
- Maskell, P., & Malmberg, A. (2007). Myopia, Knowledge Development and Cluster Evolution. *Journal of Economic Geography*, 7, 603-618.

- Miller, R., & Blair, P. (2009). *Input-Output Analysis: foundations and extensions* (2nd ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Monitor Company Inc. (1993). *Creating the Competitive Advantage of Colombia*. Reporte Técnico, Ministerio de Desarrollo, Instituto de Fomento Industrial, Confecámaras y Bancoldex.
- Newman, M. (2006). Modularity and community structure in networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 103(23), 8577–8582.
- Porter, M. (1990). *Competitive Advantage of Nations: Creating and Sustaining Superior Performance*. Free Press.
- Porter, M. (1998). *On Competition*.
- Ramírez, A. M., & Lesmes, J. M. (2012). Cadena Metalmeccánica en América Latina: importancia económica, oportunidades y amenazas - El caso colombiano. 53° Congreso de la Asociación Latinoamericana del Acero.
- Rasmussen, N. (1957). *Studies in Inter-sectoral Relations*. Amsterdam: North-Holland.
- Spencer, G., Vinodrai, T., Gertler, M., & Wolfe, D. (2010). Do Clusters Make a Difference? Defining and Assessing their Economic Performance. *Regional Studies*, 44(6), 697-715.
- Titze, M., Brachert, M., & Kubis, A. (2010). The Identification of Industrial Clusters - Methodical Aspects in a Multidimensional Framework for Cluster Identification. *Halle Institute for Economic Research - IWH Discussion Papers*(14).
- Vega, A. J. (2008). Eslabonamientos productivos y cambio estructural en Colombia, 1990-2004. *CIFE*, 106-124.